

6. FENOMENE ONDULATORII

6.1. Efectul Doppler-Fizeau

Acest efect constă în modificarea frecvenței undei recepționate de un observator față de frecvența undei emise datorită deplasării relative a sursei în raport cu observatorul. Efectul a fost observat pentru prima dată în anul 1842 de către Doppler și a fost explicat și generalizat de către Fizeau în anul 1858.

În cazul undelor elastice să considerăm o sursă S ce se deplasează cu viteza v_s (viteza sursei) și un observator O ce se deplasează cu viteza v_o (viteza observatorului) în același sens cu sursa, Fig.6.1. Sursa emite unde elastice (sunete) cu frecvența ν_s (frecvența sursei) care au viteza de propagare v . Toate vitezele precizate sunt raportate la mediul

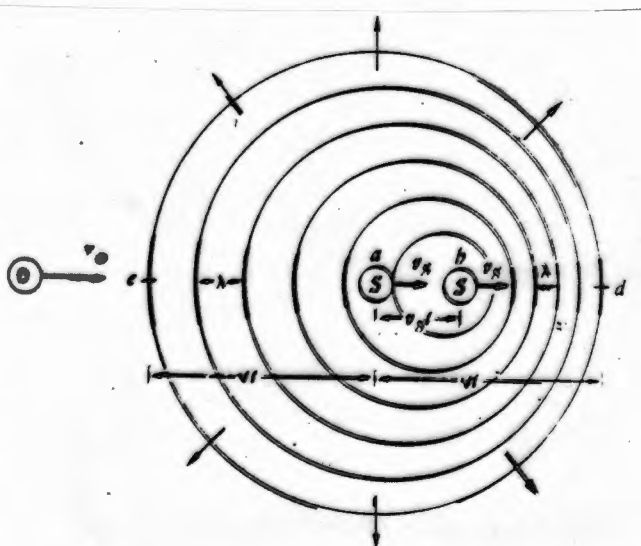


Fig.6.1.

prin care se propagă unda și se consideră pozitive. Pentru ca efectul Doppler-Fizeau să se producă este absolut necesar ca $v_s < v$.

Considerăm că la momentul inițial $t=0$, sursa emite fronturi de undă sferice care ajung la momentul t în punctele

A, respectiv B aflate la distanța vt față de sursă. În același timp sursa se deplasează din S în S' parcurgând distanța $v_s t$. Frecvența sursei se definește prin numărul de fronturi de undă emise în unitatea de timp, deci în timpul t se vor emite $N = v_s t$ fronturi. Lungimea de undă măsurată de un observator din față este dată de raportul între distanța parcursă de undă și numărul fronturilor de undă:

$$\lambda_{fata} = \frac{S'B}{N} = \frac{SB - SS'}{N} = \frac{vt - v_s t}{v_s t} = \frac{v - v_s}{v_s} \quad (6.1)$$

În mod asemănător, lungimea de undă măsurată de un observator din spate este:

$$\lambda_{spate} = \frac{AS'}{N} = \frac{AS + SS'}{N} = \frac{vt + v_s t}{v_s t} = \frac{v + v_s}{v_s} \quad (6.2)$$

Undele care ajung la observatorul O au viteză relativă față de acesta egală cu $v + v_o$ (compunerea clasică a vitezelor, paragraful 3.1), deci frecvența măsurată de acesta - v_o - va fi dată de raportul între viteza relativă a undelor și lungimea de unda măsurată de observatorul O :

$$v_o = \frac{v + v_o}{\lambda_{spate}} = v_s \frac{v + v_o}{v + v_s} \quad (6.3)$$

În condiții concrete când viteza observatorului nu depășește viteza sunetului, în cazul din Fig.6.1. când are loc o depărtare relativă între sursă și observator, frecvența măsurată de observator este mai mică decât cea emisă, conform relației (6.3). În cazul unei apropieri relative între sursă și observator, de exemplu pentru o sursă care se deplasează spre observator, v_s este negativ în relația (6.3), frecvența măsurată de observator este mai mare decât cea emisă.

În cazul undelor electromagnetice, în particular, pentru lumină, nu există mediu față de care să se raporteze mișcarea sursei sau a observatorului, deci vom avea o unică

viteză u a sursei față de observator sau a observatorului față de sursă. Conform celui de-al doilea postulat al teoriei relativității restrânse (paragraful 4.2), viteza undelor electromagnetice c este aceeași față de orice sistem de referință inerțial, deci atât față de sursă cât și față de observator.

Să considerăm că sistem de referință inerțial observatorul, față de care sursa se deplasează cu viteza u . Frecvența unei electromagnetice emise este ν_s . Intervalului de timp t_s măsurat în sistemul de referință al sursei îi corespunde un interval de timp t_o măsurat în sistemul de referință al observatorului în conformitate cu legea dilatării duratelor, (3.22):

$$t_o = \frac{t_s}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (6.4)$$

În aceste condiții relația (6.2) se transformă astfel:

$$\lambda = \frac{AS'}{N} = \frac{ut_o + ct_o}{\nu_s t_s} = \frac{u+c}{\nu_s \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{c}{\nu_s} \sqrt{\frac{c+u}{c-u}} \quad (6.5)$$

Frecvența măsurată de observator este:

$$\nu_o = \frac{c}{\lambda} = \nu_s \sqrt{\frac{c-u}{c+u}} \quad (6.6)$$

Când sursa se îndepartează u este pozitiv și frecvența măsurată de observator este mai mică decât cea emisă, iar când sursa se apropie de observator $\nu_o > \nu_s$. Modificarea frecvenței este asemănătoare cu cea care se produce în cazul sunetelor, dar substratul fizic este calitativ diferit.

Aplicații.

1. Efectul Doppler-Fizeau constituie un mijloc comod de urmărire a unui satelit care emite un semnal radio de

frecvența v_e , Fig.6.2. Frecvența măsurată de observator v_o scade când satelitul trece din poziția 1 în poziția 2 deoarece componenta vitezei pe direcția stației de urmarire scade. În poziția 2 se recepționează o frecvență egală cu cea

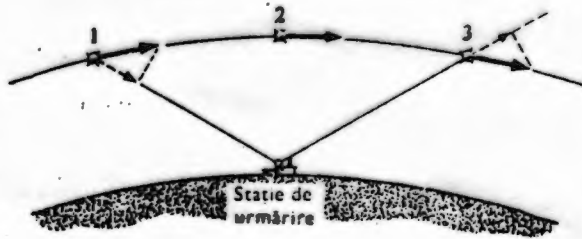


Fig.6.2.

emisă. La trecerea din poziția 2 în poziția 3 frecvența v_o crește datorită creșterii în sens contrar a componentei vitezei. Dacă semnalul recepționat este suprapus peste un semnal de frecvență constantă pentru a fi modulată astfel încât frecvența modulației să genereze o notă audibilă, atunci când satelitul trece deasupra stației înălțimea notei descrește.

2. Efectul Doppler-Fizeau pentru radiația electromagnetică este folosit în astronomie. Spectrele provenite de la stelele îndepărtate comparate cu spectrele provenite de la aceleași elemente chimice de pe Pământ indică o deplasare a tuturor liniilor spre frecvențe mici, deci lungimi de undă mari, spre capătul roșu al spectrului. Această deplasare se numește "deplasare spre roșu"; ea pune în evidență faptul că stelele se îndepărtează și constituie baza fizică a ipotezei cosmogonice a "universului în expansiune" care afirmă că universul s-a format dintr-o explozie uriașă care a avut loc cu câteva miliarde de ani în urmă într-o regiune relativ restrânsă a spațiului.

3. În spectroscopie se constată că radiația emisă prin dezexcitarea unui ansamblu de atomi identici (un gaz monoatomic) nu are o frecvență unică datorită agitației termice care face ca fiecare atom să se miște cu viteze diferite și în sensuri diferite; deși frecvența emisă este unică, datorită efectului Doppler-Fizeau, linia spectrală este

lărgită prin așa numita largire Doppler.

6.2. Unda de șoc. Bangul supersonic

Am specificat în cazul efectului Doppler-Fizeau că acesta se produce când viteza sursei este mai mică decât viteza undei. Să vedem ce se întâmplă când $v_s > v$.

Orice corp ce se deplasează printr-un gaz este o sursă de unde sonore. Corpul, deplasându-se față de aer, produce în fața sa o regiune cu presiunea ridicată care induce o undă elastică în gaz. Forma acestei unde depinde de viteza corpului.

Să considerăm un corp de mici dimensiuni ce se deplasează prin aer. El constituie o sursă punctiformă de unde elastice. Dacă viteza sa este mai mică decât viteza sunetului, $v_s < v$, fronturile de undă generate sunt sfere ce se îndesesc în direcția de deplasare a sursei.

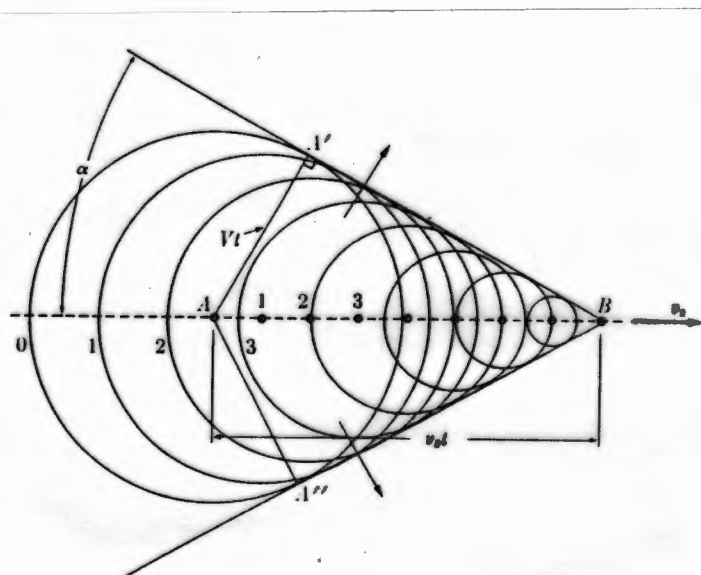


Fig.6.3.

Când $v_s = v$ ele devin tangente, iar pentru $v_s > v$, fronturile de undă se intersectează, iar înfășurătoarea lor alcătuiește un con ce se deplasează cu viteza sursei. Fenomenul rezultat în acest ultim caz este neondulatoriu și se numește unda de șoc sau bang supersonic, Fig.6.3. În timpul în care sursa se deplasează din A în B unda produsă în A ajunge în A', iar unghiul α al conului este:

$$\sin \alpha = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s} = \frac{1}{M} \leq 1 \quad (6.7)$$

M este numărul lui Mach și arată de câte ori viteza sursei este mai mare decât viteza sunetului. În unda de șoc se acumulează o mare cantitate de energie care la impactul cu obiectele de pe sol este eliberată cu violență.

Unda de șoc se produce într-un strat foarte subțire de grosimea drumului liber mediu al moleculelor de gaz în care parametrii termodinamici ai gazului se modifică discontinuu (în salturi). Densitatea gazului variază brusc în timpul șocului de compresie ceea ce duce la modificarea indicelui de refracție al mediului și la posibilitatea de a fotografia cu ajutorul unor aparate speciale unda de șoc. În fig. 6.4 sunt redată undele de șoc care apar: a - la deplasarea prin apă a capătului unei tije care vibrează, b - în cazul unui glonț ce se mișcă prin aer, c - pentru o barcă cu motor.

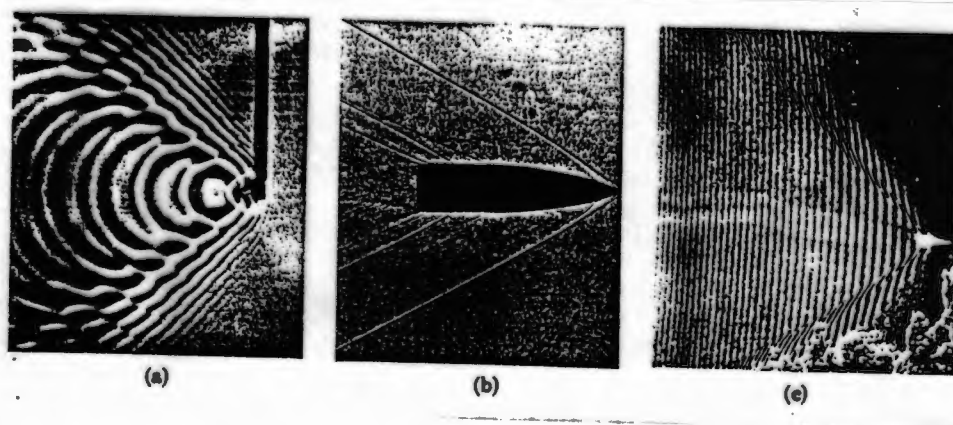


Fig.6.4.

6.3. Modularea undelor - metoda de transmitere a semnalelor

Un semnal nu poate fi transmis prin intermediul unei unde progresive armonice cu o singură frecvență deoarece

această undă se repetă în mod identic în spațiu la nesfârșit. O asemenea undă nu poartă nici o informație decât că ea există. Dacă dorim să transmitem un mesaj trebuie să modulăm unda, adică să modificăm unul dintre parametrii ei, amplitudinea, frecvența sau faza în așa fel încât cel ce recepționează unda modulată să o poată decodifica.

Procedeul de modulare în amplitudine poate fi înțeles urmărind cazul simplu de propagare a unui sistem de două unde progresive sinusoidale cu aceeași amplitudine A și de frecvențe unghiulare diferite, ω_1 și ω_2 :

$$\begin{aligned}\psi_1 &= A \sin(\omega_1 t - k_1 x) \\ \psi_2 &= A \sin(\omega_2 t - k_2 x)\end{aligned}\tag{6.8}$$

Unda rezultată prin suprapunerea celor două unde este:

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_1 + \psi_2 = \\ &= 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_2 - k_1}{2} x\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \frac{k_1 + k_2}{2} x\right) = \\ &= A_{\text{mod}}(x, t) \sin(\omega_m t + \omega_m x)\end{aligned}\tag{6.9}$$

unde: $A_{\text{mod}}(x, t) = 2A \cos(\omega_{\text{mod}} t - k_{\text{mod}} x)$

$$\omega_{\text{mod}} = \frac{1}{2} (\omega_2 - \omega_1) \quad , \quad k_{\text{mod}} = \frac{1}{2} (k_2 - k_1)$$

$$\omega_m = \frac{1}{2} (\omega_2 + \omega_1) \quad , \quad k_m = \frac{1}{2} (k_2 + k_1)$$

Unda rezultantă este aproape armonică având frecvența unghiulară ω_m - frecvența unghiulară medie, iar amplitudinea sa este modulată de ω_{mod} - frecvența unghiulară de modulare. În Fig.6.5 este prezentată unda progresivă modulată în amplitudine.

Amplitudinea undei modulate variază între 0 și $2A$. Totalitatea punctelor din mediu cuprinse între două puncte de amplitudine nulă formează un pachet de unde sau un grup de unde. Este important de stabilit viteza cu care se propagă modulația, respectiv, pachetul de unde. Pentru aceasta

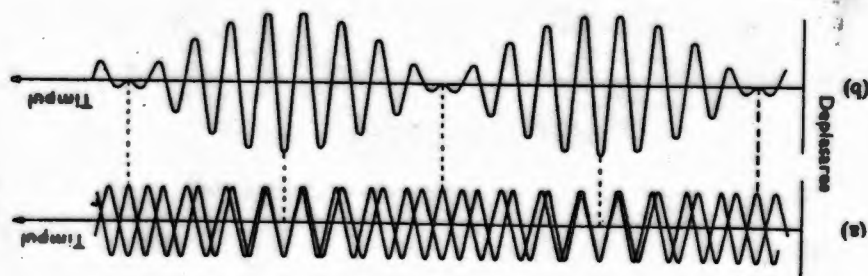


Fig.6.5.

considerăm că cele două unde au frecvențele apropiate astfel că:

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \omega_1 + d\omega \\ k_2 &= k_1 + dk\end{aligned}\quad (6.10)$$

În acest caz amplitudinea devine:

$$A_{\text{mod}}(x, t) = 2A \cos\left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x\right) \quad (6.11)$$

Viteza de propagare a pachetului de unde este dată de viteza de deplasare a punctelor de amplitudine constantă, numită viteza de grup v_g :

$$\begin{aligned}d\omega t - dkx &= \text{const} \\ \Rightarrow v_g &= \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}\end{aligned}\quad (6.12)$$

Se observă că un semnal se propagă nu cu viteza de fază, în cazul nostru cu viteza medie v_ω , ci cu viteza de grup, $v_g = d\omega/dk$.

O formă mai generală a oscilației modulate în amplitudine conține în locul lui $A_{\text{mod}}(x, t)$ din (6.12) o sumă de termeni diferiți, dar similari ca formă cu $A_{\text{mod}}(x, t)$, fiecare cu proprietățile sale: frecvența de modulație, amplitudine și fază.

De exemplu, în cazul emisie radio modulate în amplitudine "frecvența purtătoare" este de ordinul a 1000 kHz, iar frecvențele de modulare sunt frecvențe în domeniul audio de 20-20.000 Hz. În Fig.6.6. se observă:

- a. - unda purtătoare cu frecvența de 1000 kHz;
- b. - semnal de audiofrecvență rezultat din transformarea undelor sonore în oscilații ale curentului electric;
- c. - semnalul modulat rezultat prin compunerea celor două unde în modulator;
- d. - semnalul recepționat;
- e. - semnalul decodificat.

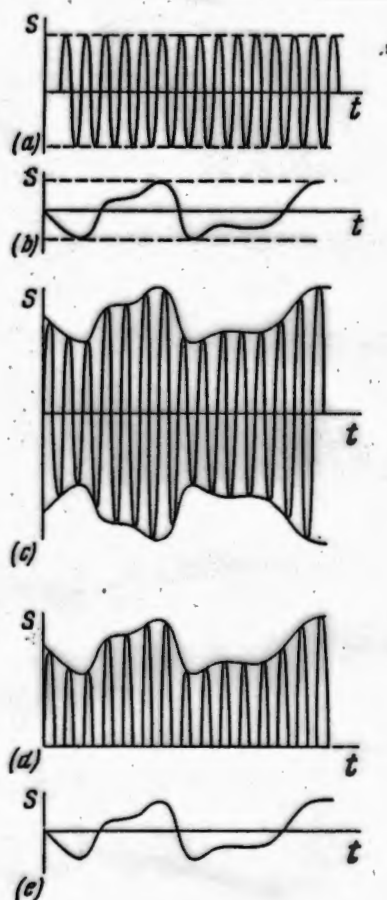


Fig.6.6

6.4. Unde staționare

Undele staționare se obțin în spații finite prin suprapunerea undelor progresive (incidente) cu undele regresive (reflectate). Acest proces este un caz particular de interferență a undelor.

Să considerăm o coardă fixată la ambele capete care este pusă în oscilație cu o frecvență și o amplitudine bine determinate, Fig.6.7. Oscilația se propagă prin coardă sub

formă de undă progresivă, ajunge la punctul de fixare și se reflectă ca undă regresivă. Fiecare punct al corzii de coordonata x este supus simultan la doua oscilații:

$$\begin{aligned}\psi_p &= A \sin(\omega t - kx) \\ \psi_r &= A \sin(\omega t + kx - \pi)\end{aligned}\quad (6.13)$$

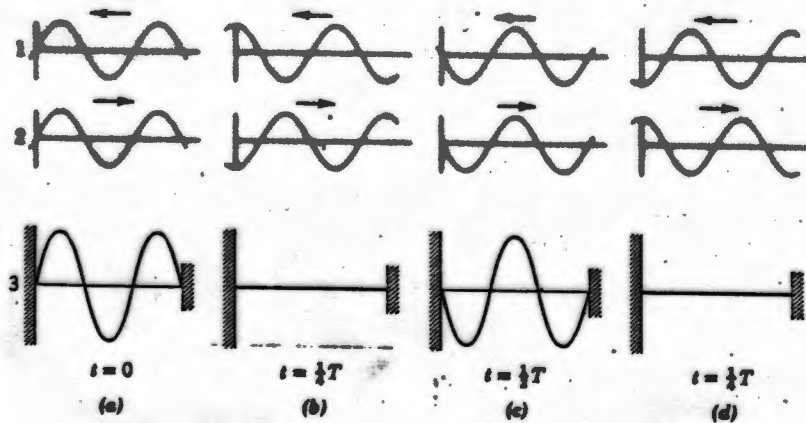


Fig.6.7.

Reflexia pe un mediu mai dens are loc cu o pierdere de fază π , respectiv, cu o pierdere de $\lambda/2$ și din aceasta cauză în expresia undei reflectate apare termenul π . Unda rezultantă va fi:

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_p + \psi_r = 2A \cos\left(kx - \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= A(x) \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}\quad (6.14)$$

$$\text{unde: } A(x) = 2A \cos\left(kx - \frac{\pi}{2}\right)$$

Unda rezultantă are aceeași frecvență cu cea a undelor componente și amplitudinea dependentă de distanța la care se află punctul de pe coardă care este observat, așa cum rezultă din expresia (6.14).

Pe coardă vor exista puncte care oscilează cu amplitudine maxima $2A$ numite ventre și puncte care nu vor oscila, cu amplitudinea nulă, numite noduri. Coordonatele ventrelor vor fi date de condiția:

$$A(x) = \pm 2A$$

$$\rightarrow \cos\left(kx - \frac{\pi}{2}\right) = \pm 2A \rightarrow kx - \frac{\pi}{2} = n\pi \rightarrow x_v = (2n+1) \frac{\lambda}{4} \quad (6.15)$$

unde $n=0,1,2,\dots$. Ventrele se formează la distanțe egale cu un număr impar de $\lambda/4$.

Coordonatele nodurilor se află din condiția:

$$A(x) = 0$$

$$\rightarrow \cos\left(kx - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow kx - \frac{\pi}{2} = (2m+1) \frac{\pi}{2} \rightarrow x_n = 2n \frac{\lambda}{4} \quad (6.16)$$

unde $n=0,1,2,\dots$. Nodurile se vor afla la distanțe egale cu un număr par de $\lambda/4$. Undele care se formează în condițiile descrise se numesc unde staționare. Nu pentru orice frecvență apare regimul de undă staționară: în cazul corzii prinse la ambele capete în $x=0$ și în $x=l$, unde l este lungimea corzii, se formează noduri. Din relația (6.16) în care înlocuim $x=l$ rezultă:

$$x=l = 2n \frac{\lambda}{4} \rightarrow \lambda = 2 \frac{l}{n}, v = n \frac{v}{2l} \quad (6.17)$$

Condiția ca o coardă fixată la ambele capete să oscileze în regim de unde staționare este ca lungimea corzii să fie un număr întreg de semilungimi de undă. Frecvențele la care apar unde staționare într-o coardă sau o bară subțire elastică se numesc frecvențe naturale de vibrație, spectrul lor este un spectru discret (multipli întregi ai unei valori minime). O situație asemănătoare se întâlnește în cazul propagării undelor electromagnetice prin ghiduri de undă și în fizica cuantică la studiul particulei în groapa de potențial. Vibrația corzii când $n=1$ se numește mod

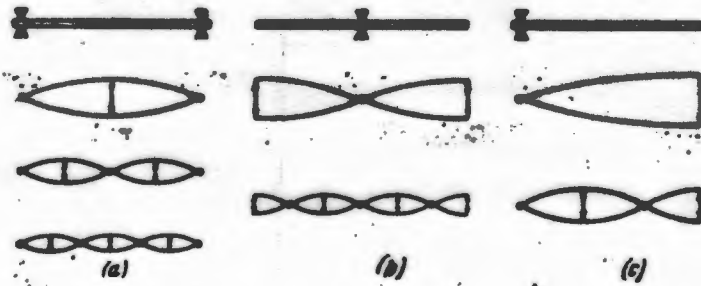


Fig.6.8.

fundamental, iar pentru $n > 1$, vibrațiile se numesc armonici superioare. În Fig.6.8. sunt prezentate undele staționare pentru: a. - bară prinsă la ambele capete; b. - bară

prinsă la un capat; c. - bară liberă la ambele capete; se observă modul fundamental și armonicile superioare în fiecare caz.

În cazul undelor staționare energia nu se propagă în lungul corzii deoarece există puncte care nu oscilează, nodurile. Ea rămâne "staționară" în coardă, alternând sub forma de energie cinetică și energie potențială: în poziție orizontală energia cinetică este maximă, iar la deformare maximă, energia potențială este maximă. Să mai observăm aparența asemanare grafică a undelor staționare cu undele modulate: undele modulate se propagă în spațiu cu viteza de grup în timp ce undele staționare au viteza de grup nulă, ele sunt localizate în spațiu.

6.5. Ghiduri de unde electromagnetice

Undele studiate anterior, cu excepția undelor staționare, au fost unde unidimensionale care se propagau în spațiul liber. Considerarea undelor cu două și trei dimensiuni și limitarea domeniului de propagare conduce la apariția unor trăsături calitativ noi.

Un ghid de unde electromagnetice rectangular este un tub metalic lung cu secțiunea dreptunghiulară și capetele deschise. Undele sunt produse la un capat al ghidului și

rezonanței, pentru $\omega = \omega_0$, are loc absorbția rezonantă a radiației electromagnetice de către atom.

În general o substanță are mai multe frecvențe de absorbție rezonantă la care se produce dispersia anomală, iar între acestea sunt domenii de dispersie normală.

6.7. Fenomene acustice

Acustica este acea parte a fizicii care se ocupă cu producerea, propagarea și recepționarea sunetelor. Sunetele sunt unde elastice longitudinale care produc senzația auditivă. Aceste unde au toate proprietățile expuse în capitolele 5 și 6 care privesc undele elastice și satisfac următoarele condiții: au frecvența cuprinsă între 20 și 20.000 Hz, au durata minima de 0,06 s și intensitatea cuprinsă între 10^{-12}W/m^2 (pragul de audibilitate) și 10^2W/m^2 (pragul de durere).

În sens larg acustica cuprinde și infrasunetele care au frecvența sub 20 Hz, ultrasunetele care au frecvența peste 20.000 Hz și hipersunetele care au frecvență peste 10^{10} Hz (corespunzătoare undelor termice Debye în solide și lichide). Din punct de vedere al senzației auditive sunetele sunt caracterizate prin mărimi specifice numite caracteristici fiziologice ale sunetelor. Acestea sunt:

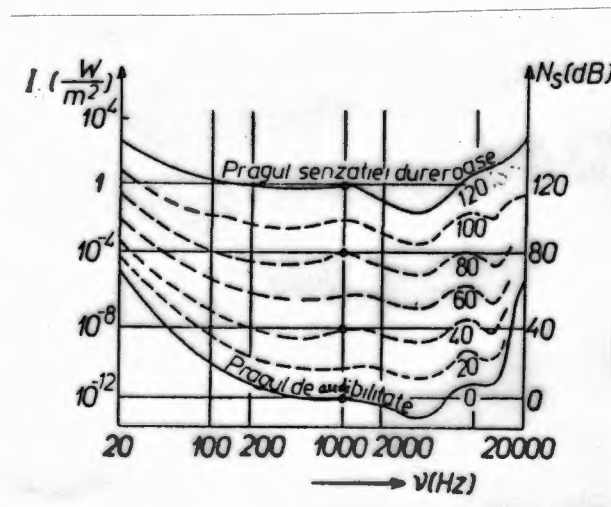


Fig.6.14.

În sens larg acustica cuprinde și infrasunetele care au frecvența sub 20 Hz, ultrasunetele care au frecvența peste 20.000 Hz și hipersunetele care au frecvență peste 10^{10} Hz (corespunzătoare undelor termice Debye în solide și lichide). Din punct de vedere al senzației auditive sunetele sunt caracterizate prin mărimi specifice numite caracteristici fiziologice ale sunetelor. Acestea sunt:

Tabelul 6.1.

Sursa de sunete	Nivelul sonor dB	Intensitatea W/m ²
Motor de avion la 3-4 m	120	1
Ciocan pneumatic	100	10 ⁻²
Claxon puternic	90	10 ⁻³
Vorbirea tare, mașina de scris	60	10 ⁻⁶
Convorbirea obișnuită	40	10 ⁻⁸
Locuința liniștită	30	10 ⁻⁹
Foșnetul frunzelor	10	10 ⁻¹¹

- Înălțimea sunetelor este caracteristica prin care se deosebește un sunet mai grav (jos) de un sunet mai ascuțit (înalt). Ea corespunde frecvenței sunetelor: sunetele înalte au frecvența mare, iar sunetele joase au frecvența mică.

- Tăria sunetelor este dependentă de intensitatea lor și de frecvență. Curbele de egală tărie arată că sunete cu aceeași intensitate dau senzații diferite dacă au frecvențe diferite. Pornind de la legea psiho-fizică a lui Weber-Fechner conform căreia intensitatea senzației este proporțională cu logaritmul excitației s-a introdus mărimea numită nivel de intensitate sonora N_s , care caracterizează intensitatea (tăria) senzației auditive:

$$N_s = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad [N_s] = \text{dB} \quad (6.39)$$

unde I_0 este intensitatea pragului de audibilitate. Este ușor de verificat că scala nivelului sonor este cuprinsă între 0 dB (pragul de audibilitate 10^{-12} W/m²) și 140 dB (pragul de

durere 10^2 W/m^2). Valorile celor două praguri sunt considerate pentru o ureche normală, la frecvența de 1000 Hz. Să remarcăm performanța urechii umane de a recepționa sunete într-un domeniu de 14 ordine de mărime pentru intensitate ! În Tabelul 6.1. sunt prezentate orientativ câteva nivele sonore. În Fig.6.14. este prezentat domeniul auditiv cuprins între pragul de audibilitate și pragul de durere (de sensibilitate);

- Timbrul sunetelor este calitatea prin care se deosebesc două sunete de aceeași intensitate și frecvență dacă sunt emise de două instrumente diferite. Timbrul este determinat de numărul, intensitatea și distribuția armonicilor care însoțesc sunetul fundamental.

Ultrasunetele se produc prin efectul piezoelectric. Dacă asupra unui cristal de cuarț acționează un câmp electric pe direcția axei X, Fig.6.15., atunci pe direcția axei Y cristalul se contractă sau se extinde în timp ce dimensiunea în lungul axei Z se păstrează neschimbată. Dacă câmpul electric este variabil cu frecvența acordată cu frecvența proprie de vibrație a lamei de cuarț (modul fundamental),

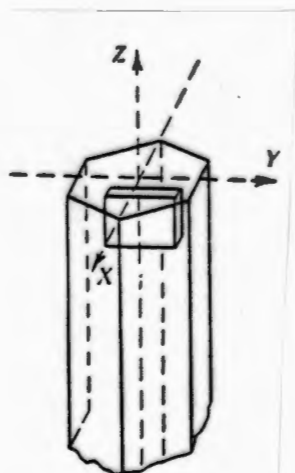


Fig.6.15.

atunci amplitudinea oscilațiilor va fi maximă. Frecvența ultrasunetelor este determinată de grosimea lamei și de viteza de propagare a ultrasunetului prin cristal, relația (6.17).

Aplicațiile ultrasunetelor.

Intensitatea ultrasunetelor este mare, ea fiind proporțională cu pătratul amplitudinii și al frecvenței (paragraful 5.5). Ultrasunetele produse de transductori cu titanat de bariu ajung la 100 W/cm^2 . Având o intensitate mare, ultrasunetele modifică proprietățile materialelor prin care trec. Această proprietate este folosită pentru tăierea, curățirea și șlefuirea suprafețelor metalice. La trecerea ultrasunetelor

printr-un amestec nemiscibil (ulei și apă) acesta se transformă într-o emulsie, fapt folosit la prepararea medicamentelor.

Ultrasunetele sunt folosite în echipamentele de tip sonar (după principiul radarului) care permit localizarea bancurilor de pești, a reliefului subacvatic sau a submarinelor. Ultrasunerele sunt folosite la detectarea defecțiunilor ascunse ale unor piese: fasciculele de ultrasunete sunt diferit reflectate de golurile din material.

În medicina, ultrasunetele sunt folosite atât la stabilirea unor diagnostice cât și în terapie. Lungimea lor de undă mică permite studierea fenomenelor care au loc la scară mai mică decât cea accesibilă undelor sonore. Ultrasunetele sunt mai sensibile decât razele X în diferențierea tipurilor de țesuturi și mai puțin periculoase decât acestea.

Să amintim că unele viețuitoare (delfini, lilieci) emit și recepționează ultrasunete, orientându-se și schimbând informații cu ajutorul lor. Ultrasunetele sunt foarte puțin absorbite de apă: la frecvența de 50 kHz distanța de înjumătățire a intensității semnalului este de 2,5 km, în timp ce la frecvența de 100 kHz, aceasta este de 100 m.

Infrasunetele, având o frecvență mică, transportă o cantitate mică de energie care, în cazul undelor sferice, se răspândește pe fronturi de undă tot mai mari și are ca urmare o atenuare rapidă. Dacă sursa de infrasunete o constituie valurile mării agitate de vânt, atunci frontul de undă se întinde pe sute de metri și intensitatea ultrasunetelor se modifică foarte puțin cu distanța. Infrasunetele însoțesc furtunile și cutremurele de pământ, recepționarea lor de diverse viețuitoare fiind un semnal al declanșării unor astfel de evenimente.

Infrasunetele afectează sistemul nervos uman producând stări de oboselă, neliniște, lipsa de concentrare.

6.8. Studiul compoziției spectrale prin analiză Fourier

În practică se întâlnesc mișcări periodice mult mai complicate decât cele de forma sinusoidală. Analiza Fourier a acestor mișcări permite descompunerea lor în funcții armonice simple de forma:

$$\begin{aligned} f(t) &= A_0 + A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + \dots + \\ &\quad + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + \dots = \quad (6.40) \\ &= A_0 + \sum A_n \sin n\omega t + \sum B_n \cos n\omega t \end{aligned}$$

unde $\omega = 2\pi/T$, sumele se fac de la 1 la infinit, iar $f(t)$ este mișcarea periodică pe care o analizăm. Determinarea amplitudinilor sau a coeficienților A_0 , A_n și B_n pentru orice n ai unei funcții date $f(t)$ se numește analiza Fourier.

Determinarea coeficientului A_0 se face prin integrarea relației (6.40) pe o perioadă:

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) dt &= A_0 \int_0^T dt + \\ &+ \sum \int_0^T A_n \sin n\omega t dt + \sum \int_0^T B_n \cos n\omega t dt = A_0 T \quad (6.41) \\ \Rightarrow A_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \end{aligned}$$

Integralele care conțin coeficienții A_n și B_n sunt nule pentru că ele se fac pe o perioadă completă și funcțiile $\sin n\omega t$ și $\cos n\omega t$ iau un număr egal de valori pozitive și negative.

Determinarea coeficienților A_n se face prin înmulțirea relației (6.40) cu $\sin n\omega t$ și integrarea pe o perioadă:

$$\int_0^T f(t) \sin n\omega t dt = A_0 \int_0^T \sin n\omega t dt +$$

$$+ \sum A_n \int_0^T \sin n\omega t \cdot \sin m\omega t dt + \sum B_n \int_0^T \cos n\omega t \cdot \sin m\omega t$$
(6.42)

Termenul care îl conține pe A_0 este nul deoarece integrala din $\sin n\omega t$ se face pe o perioadă. Produsele $\sin n\omega t \cdot \sin m\omega t$ se descompun în sumă și se constată că toate integralele sunt nule în afară de cea pentru care $n=m$ care are valoarea $A_n T/2$. Produsele $\cos n\omega t \cdot \sin m\omega t$ se descompun și ele în sumă și integralele corespunzătoare sunt nule. Rezultă că:

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt$$
(6.43)

Determinarea coeficienților B_n se face asemănător, prin înmulțirea relației (6.40) cu $\cos n\omega t$ și integrarea pe o perioada. Singura contribuție nenulă din membrul drept provine din termenul care îl conține pe B_n în care $n=m$:

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt$$
(6.44)

Exemplu.

Să facem analiza Fourier a unei oscilații de formă dreptunghiulară, Fig.6.16, care are valoarea 1 în intervalul $(0, T/2)$ și -1 în intervalul $(T/2, T)$, aceste valori repetându-se periodic.

Folosind relația (6.41) găsim :

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} dt - \frac{1}{T} \int_{T/2}^T dt = 0$$
(6.45)

Din (6.42) rezultă:

$$\begin{aligned}
 A_n &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sin n\omega t dt - \int_{T/2}^T \sin n\omega t dt = \\
 &= 0 \text{ pentru } n \text{ par} \\
 &= \frac{4}{n\pi} \text{ pentru } n \text{ impar}
 \end{aligned}
 \tag{6.46}$$

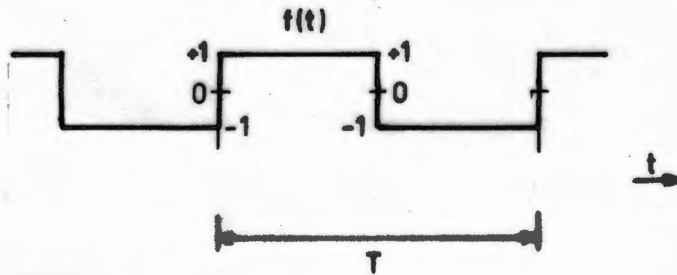


Fig.6.16.

Dezvoltarea în serie Fourier a funcției $f(t)$ conduce la următoarea expresie:

$$\begin{aligned}
 f(t) &= A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 3\omega t + A_3 \sin 3\omega t + A_5 \sin 5\omega t + \dots = \\
 &= \frac{4}{\pi} \sin \omega t + \frac{4}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{4}{5\pi} \sin 5\omega t + \dots = \tag{6.47} \\
 &= 1,273 \sin \omega t + 0,424 \sin 3\omega t + 0,255 \sin 5\omega t + \dots
 \end{aligned}$$

În Fig.6.17.este prezentată unda dreptunghiulară $f(t)$, primii trei termeni din dezvoltarea (6.47) și suprapunerea acestor termeni. Cu cât se consideră mai mulți termeni cu atât suprapunerea lor se apropie mai mult de funcția inițială.

Am arătat că urechea umană distinge sunetele după timbrul lor, adică după armonicile care însoțesc sunetul

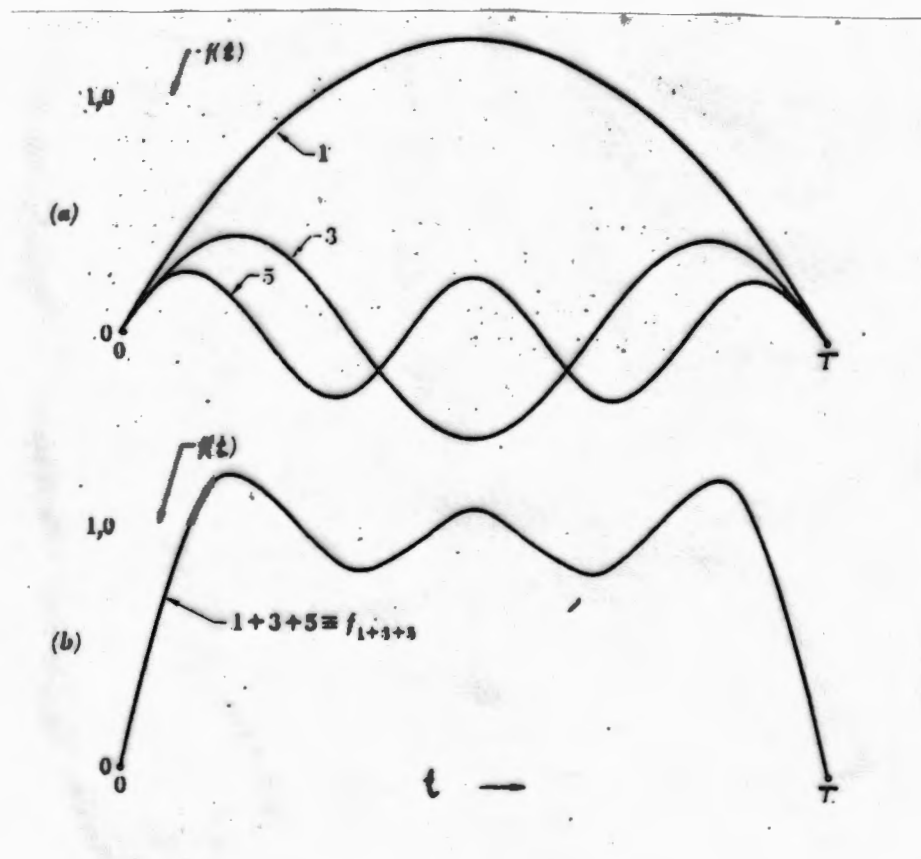


Fig.6.17.

fundamental. Aceasta înseamnă că urechea face analiza Fourier a sunetelor!