

## 2. MĂRIMI ȘI LEGI FUNDAMENTALE ALE MECANICII ȘI GRAVITATIEI

Mecanica este cea mai veche știință fizică. Ea se ocupă cu studiul mișcării corpuriilor. Atunci când mișcarea este descrisă fără să intereseze cauzele care au produs-o ne situăm în acea parte a mecanicii numită cinematica. Dacă studiul mișcării este legat de forțele care o produc și de proprietățile corpuriilor ce participă la mișcare, ne aflăm în domeniul dinamicii. Statica se ocupă cu studiul echilibrului corpuriilor și sistemelor de cor puri.

### 2.1. Noțiuni de cinematică

Studiul mișcării corpuriilor se face în raport cu un sistem de referință care permite localizarea corpului în spațiu, cu ajutorul unui sistem de axe carteziene și în timp, prin intermediul unui cronometru. Prin mișcare înțelegem schimbare poziției unui corp față de sistemul de referință ales.

Poziția unui corp este reperată față de originea sistemului de axe cu ajutorul vectorului de poziție sau a razei vectoare  $r$ , Fig.2.1, care se exprimă în funcție de proiecțiile pe axe ( $x, y, z$ ) și de versorii axelor ( $i, j, k$ ):

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (2.1)$$

Modificarea în timp a poziției corpului este descrisă de legea de mișcare,  $r=r(t)$ :

Din identificarea celor două relații de mai sus se obțin

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k} \quad (2.2)$$

ecuațiile parametrice ale mișcării:

$$\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Prin eliminarea timpului între relațiile (2.3) se găsește ecuația traiectoriei care reprezintă locul geometric al punctelor prin care a trecut mobilul. Matematic, traiectoria este descrisă printr-o funcție de coordonate:

$$f(x, y, z) = 0 \quad (2.4)$$

Dacă mișcarea este raportată la un punct de pe traiectorie, atunci relația:

$$s = s(t) \quad (2.5)$$

poartă numele de lege naturală sau orară a mișcării.

Variatia vectorului de poziție în timp definește vectorul viteză,  $v$ :

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d \vec{r}}{dt} \\ \vec{v} &= \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Vectorul viteză este tangent la traiectorie, Fig.2.2. și poate fi scris și în funcție de vectorul tangent la traiectorie :

$$\vec{v} = v \cdot \vec{t} \quad (2.7)$$

Vectorul acceleratie se definește prin variația vectorului viteză în intervalul de timp:

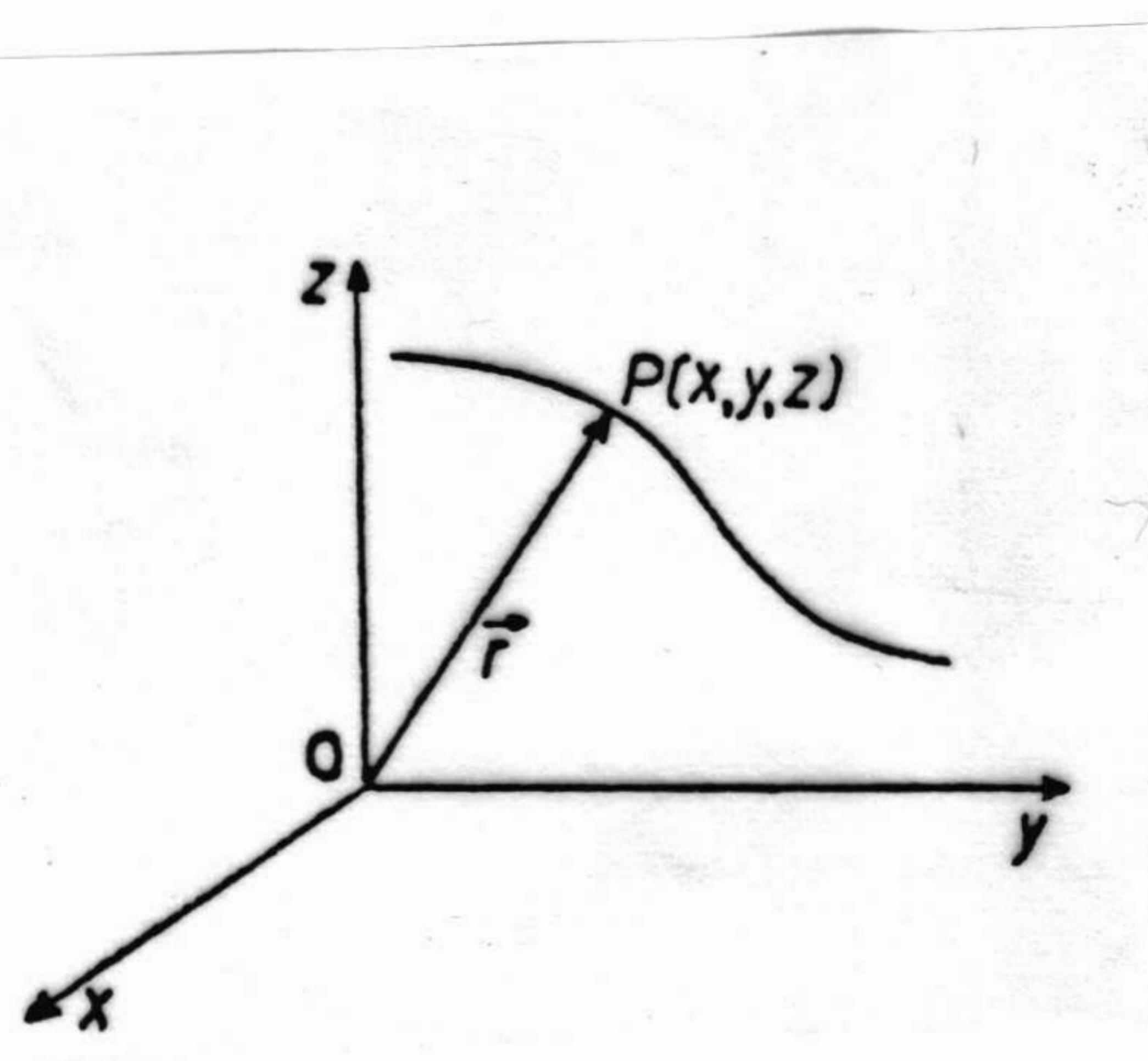


Fig.2.1.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad (2.8)$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

Cu ajutorul relației (2.7) accelerația devine:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(v\vec{t})}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + v \frac{d\vec{t}}{dt} \quad (2.9)$$

$$\frac{d\vec{t}}{dt} = \frac{d\vec{t}}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{\vec{n}}{R} \cdot v$$

unde  $ds$  este deplasarea elementară pe curba, iar  $\vec{n}$  este vescorul normal la curba de rază  $R$ .

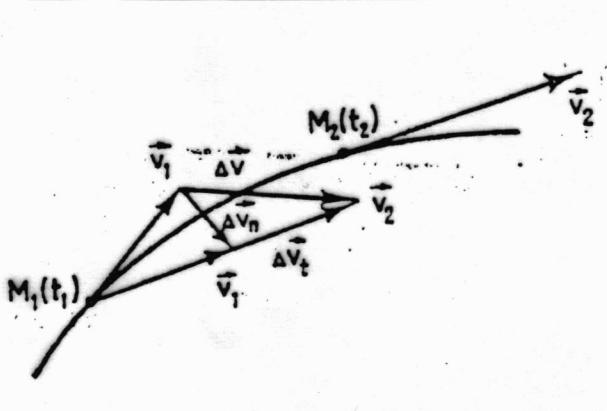


Fig.2.2.

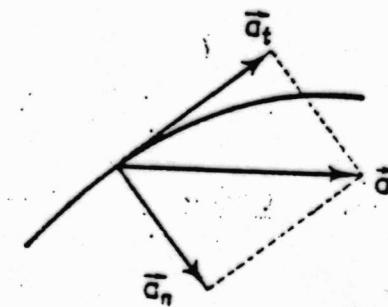


Fig.2.3.

Relația (2.9) devine:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{R} \vec{n} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n} \quad (2.10)$$

Vectorul accelerăție este alcătuit din două componente perpendiculare: accelerăția tangențială  $a_t$ , datorată variației modulului vitezei și accelerăția normală  $a_n$ , datorată variației direcției vectorului viteză, Fig.2.3.

**Observație:** Utilizarea calculul diferențial și integral permite stabilirea principalelor elemente ale mișcării:

- dacă se cunoaște legea de mișcare, efectuând o dublă

derivare se obține succesiv expresia vectorului viteză și respectiv, accelerație;

- dacă se cunoaște expresia vectorului accelerație, prin integrarea de două ori se găsește expresia vitezei și a legii de mișcare. În acest caz sunt necesare condițiile inițiale: la momentul  $t=0$ ,  $v=v_0$ ,  $r=r_0$ .

**Exemplu:**

a. mișcarea unidimensională uniform accelerată;

- deducerea vitezei:

$$a = \frac{dv}{dt}; \quad dv = a dt; \quad \int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt$$

$$v = v_0 + at$$

- deducerea legii de mișcare:

$$v = \frac{dx}{dt}; \quad dx = v dt; \quad \int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt$$

$$x = x_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2}$$

b. mișcarea oscilatorie armonică a cărei ecuație este  $x = A \sin \omega t$ :

- legea vitezei:

$$v = \frac{dx}{dt} = A \omega \cos \omega t$$

- legea accelerației:

$$a = \frac{dv}{dt} = -A \omega^2 \sin \omega t$$

## 2.2. Principiul fundamental al dinamicii

Principiile dinamicii au fost formulate de către Isaac Newton în lucrarea "Principiile matematice ale filosofiei naturale". Ele sunt legi generale cu caracter

axiomatic, deci nu se pot demonstra. Nici un fenomen sau proces fizic nu le-au infirmat. Conținutul celor patru principii fiind cunoscut din liceu, vom insista asupra principiului fundamental al dinamicii care definește forța:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (2.11)$$

O definiție mai generală a forței se realizează cu ajutorul impulsului:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

pt.  $m = \text{constant}$  (2.12)

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m\vec{a}$$

**Observație:** Matematic, relația (2.12) este o ecuație diferențială de gradul doi. Cunoscând expresia forței, prin dubla integrare se deduce legea de mișcare și invers, cunoscând legea de mișcare, se deduce prin dubla derivare expresia forței. Deci, cunoscând forța care acționează asupra unui corp, poziția și viteza la momentul inițial se deduce poziția și viteza la orice moment ulterior. Aceasta este esența determinismului clasic.

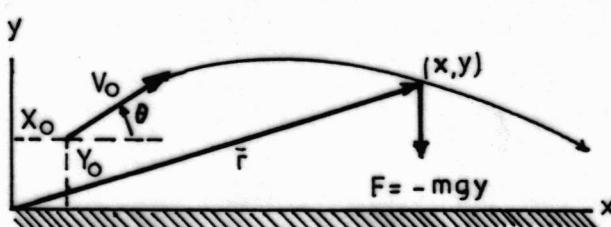


Fig.2.4.

**Exemplu: Mișcarea unui corp în câmp gravitațional uniform,**  
Fig.2.4. Forța sub acțiunea căreia se efectuează mișcarea este greutatea  $F = -mgj$ , iar la momentul inițial corpul se află în punctul  $(x_0, y_0)$  de unde își se imprimă o viteză  $v_0$  orientată sub unghiul  $\alpha$  față de

orizontală. În acest caz legea fundamentală devine:

$$\begin{aligned} m(a_x \vec{i} + a_y \vec{j}) &= mg \vec{j} \\ a_x = 0 \quad \frac{d^2x}{dt^2} &= 0 \quad \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = -g \quad \frac{d^2y}{dt^2} &= -g \quad \frac{dv_y}{dt} = -g \end{aligned}$$

După prima integrare se află componentele vitezei:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} & v_x &= v_0 \cos \alpha \\ v_y &= v_{0y} - gt & v_y &= v_0 \sin \alpha - gt \end{aligned}$$

iar, după a doua integrare se află ecuațiile de mișcare pe cele două direcții:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t \cos \alpha \\ y &= y_0 + v_0 t \sin \alpha - g \frac{t^2}{2} \end{aligned}$$

Ecuația traiectoriei se găsește prin eliminarea timpului din cele două ecuații de mai sus. Mișcările exemplificate sunt cunoscute din liceu, dar ele au fost reluate pentru a ne familiariza cu aplicațiile în fizică ale calculului diferențial și integral.

### 2.3. Conservarea impulsului

Legea fundamentală a dinamicii (2.11) conține legea de conservare a impulsului: dacă forță sau rezultanta forțelor care acționează asupra unui corp de masă  $m$  este nulă,  $\mathbf{F}=0$ , atunci:

$$d(m\vec{v}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = \text{constant} \quad (2.13)$$

În general, dacă un sistem de coruri este izolat, impulsul sistemului rămâne constant, adică se conservă.

## 2.4. Conservarea momentului cinetic

Dacă asupra unui corp acționează o forță care are ca efect rotația corpului în jurul unui punct, Fig.2.5., atunci momentul forței față de acel punct -  $M$  și momentul cinetic al corpului -  $L$  sunt:

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{r} \times \vec{F} & M &= r F \sin \alpha (\vec{r}, \vec{F}) \\ \vec{L} &= \vec{r} \times \vec{p} & L &= r m v \sin \alpha (\vec{r}, \vec{p}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

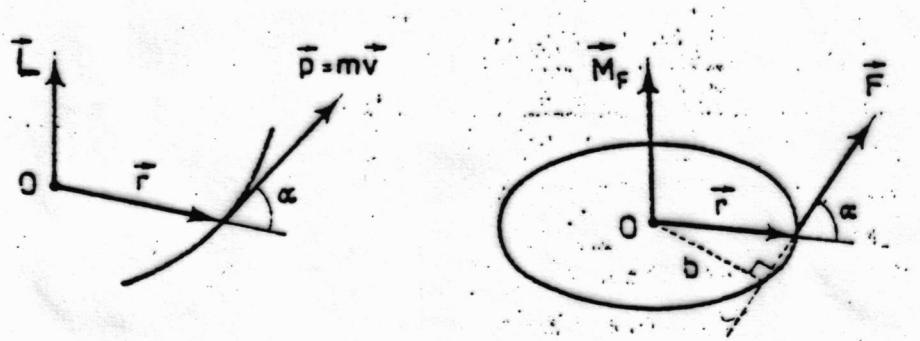


Fig.2.5.

Să calculăm variația în timp a momentului cinetic:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}}{dt} &= \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \\ \text{dar: } \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} &= \vec{v} \times \vec{p} = \vec{v} \times m \vec{v} = 0 \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F} \\ \text{deci: } \frac{d\vec{L}}{dt} &= \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Rezultă că variația momentului cinetic în timp este egală cu momentul forței ce acționează asupra corpului în acel timp. Dacă momentul resultant este nul,  $M=0$ , atunci:

$$d\vec{L}=0 \Rightarrow \vec{L}=\text{constant} \quad (2.16)$$

adică momentul cinetic se conservă.

## 2.5. Lucrul mecanic

**Lucrul mecanic elementar**  $dL$  efectuat de forța  $F$  care

acționează asupra unui corp,

Fig.2.6. și produce o deplasare infinitezimală a punctului său de aplicație  $d\vec{r}$  este:

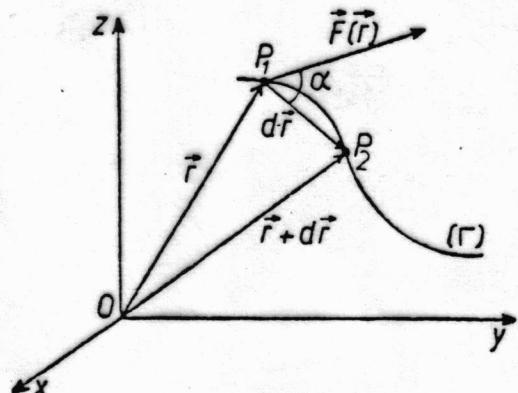


Fig.2.6.

**Lucrul mecanic total** efectuat de forța  $F$  între două poziții  $r_1$  și  $r_2$  este:

$$\begin{aligned} dL &= \vec{F} d\vec{r} = \\ &= F r \cos \angle(\vec{F}, \vec{r}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$L = \int_0^L dL = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} \quad (2.18)$$

Expresia lucrului mecanic, deci rezultatul integralei (2.18) depinde de modul de variație a forței cu distanța.

**Exemplu:** Lucrul mecanic pentru:

- forță constantă,  $F=\text{const}$ ,  $\alpha=0$ :

$$L = \int_{x_1}^{x_2} F dx = F \int_{x_1}^{x_2} dx = F (x_2 - x_1) = F \Delta x$$

- forță elastică,  $F=-kx$ :

$$L = \int_{x_1}^{x_2} F dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x dx = -\frac{k}{2} (x_2^2 - x_1^2)$$

- forță electrică,  $F=kq_1q_2/r^2$ :

$$L = \int_{r_1}^{r_2} F dr = kq_1 q_2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = kq_1 q_2 \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

## 2.6. Energia mecanică

Energia măsoară capacitatea unui sistem de a efectua lucru mecanic. Utilizând principiul fundamental al dinamicii, lucrul mecanic efectuat de o forță  $F$  care acționează asupra unui corp de masă  $m$  și îi produce o accelerare a poate fi scris ca:

$$\begin{aligned} dL &= \vec{F} d\vec{r} = m \vec{a} d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = m \vec{v} d\vec{v} = \\ &= m d\left(\frac{v^2}{2}\right) = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = dE_c \end{aligned} \quad (2.19)$$

unde am definit energia cinetică prin relația  $E_c = mv^2/2$ . Variația infinitezimală a energiei cinetice a unui corp este egală cu lucrul mecanic elementar efectuat de forțele exterioare care acționează asupra aceluia corp. Pentru un proces macroscopic ce se desfășoară între două stări cu energia cinetică  $E_{c1}$  și  $E_{c2}$  se scrie:

$$\int_0^L dL = \int_{E_{c1}}^{E_{c2}} dE_c \Rightarrow L = \Delta E_c \quad (2.20)$$

ceea ce reprezintă legea variației energiei cinetice, forma integrală, valabilă pentru orice forțe care acționează asupra unui corp.

Dacă un corp ajunge dintr-o stare A într-o stare B pe două drumuri diferite  $\Gamma_1$  și  $\Gamma_2$ , ca în Fig.2.7., iar lucrul mecanic al forțelor ce acționează asupra sa este independent de drumul urmat, atunci forțele al căror lucru l-am calculat se numesc forțe conservative. Să calculăm lucrul mecanic al unor forțe conservative pe conturul închis  $\Gamma_1 + \Gamma_2$ , pe drumul

ABA:

$$\begin{aligned} L_{\Gamma_1} = L_{\Gamma_2} &\Rightarrow \int_{A_{\Gamma_1}}^B \vec{F} d\vec{r} = \int_{A_{\Gamma_2}}^B \vec{F} d\vec{r} \\ \int_{A_{\Gamma_1}}^B \vec{F} d\vec{r} - \int_{A_{\Gamma_2}}^B \vec{F} d\vec{r} = 0 &\Rightarrow \int_{A_{\Gamma_1}}^B \vec{F} d\vec{r} + \int_{B_{\Gamma_2}}^A \vec{F} d\vec{r} = \oint_{\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2} \vec{F} d\vec{r} = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Din relația (2.21) rezultă că lucrul mecanic al forțelor conservative calculat pe un contur închis este nul. Teorema lui Ampère-Stoks corelează integrala pe un contur închis de integrala pe suprafață închisă de acel contur cu ajutorul operatorului rotor (prin operatorul rotor se scriu prescurtat o succesiune de operații de derivare parțială ale componentelor unui vector, în conformitate cu definiția sa):

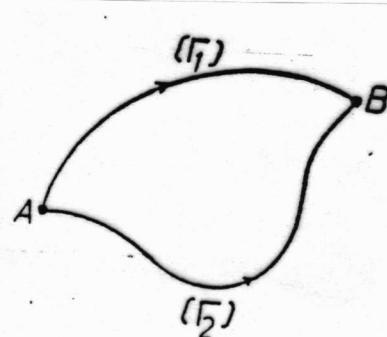


Fig.2.7.

$$\oint_{\Gamma} \vec{F} d\vec{r} = \int_{\Sigma} \text{rot} \vec{F} d\vec{S}$$

unde:  $\text{rot} \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$

$$\begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{matrix} \quad (2.22)$$

Integrala pe conturul  $\Gamma$  este nulă când  $\text{rot} \vec{F} = 0$  și aceasta este posibil doar atunci când forța derivă dintr-un potențial, adică când forța poate fi scrisă ca gradient dintr-o marime scalară numită energie potențială:

$$\begin{aligned} \vec{F} = -\text{grad} E_p &= -\nabla E_p = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} = \\ &= F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Să calculăm în noile condiții lucrul mecanic al unei

forțe conservative:

$$\begin{aligned} L &= \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = - \int_A^B \nabla E_p d\vec{r} = - \int_A^B \left( \frac{\partial E_p}{\partial x} dx + \frac{\partial E_p}{\partial y} dy + \frac{\partial E_p}{\partial z} dz \right) = \\ &= - \int_A^B dE_p = - (E_{p_B} - E_{p_A}) = -\Delta E_p \end{aligned} \quad (2.24)$$

În concluzie, lucrul mecanic al forțelor conservative este egal cu variația energiei potențiale luată cu semn schimbat.

Un câmp de forțe în care  $\mathbf{F} = -\text{grad } E_p$  (rot  $\mathbf{F} = 0$ ), deci, în care lucrul mecanic al forțelor câmpului nu depinde de drum, se numește câmp conservativ. Forțele elastice, electrice, gravitaționale sunt forțe conservative, iar forțele de frecare la alunecare, de frecare vâscoasă sunt neconservative. Se observă că energia potențială nu poate fi definită decât pentru câmpuri conservative. La deplasarea unui corp în câmp conservativ se scrie:

$$\begin{aligned} L &= dE_c \quad L = -dE_p \\ d(E_c + E_p) &= 0 \Rightarrow E_c + E_p = E = \text{const} \end{aligned} \quad (2.25)$$

[relatia (2.20) este valabilă în orice câmp de forțe, așa cum am mai precizat]. Din relația (2.25) rezultă legea conservării energiei mecanice: în sisteme izolate aflate în câmp de forțe conservative energia mecanică se conservă.

Dacă în sistemul considerat acționează și forțe neconservative, bilanțul energetic se scrie utilizând legea variației energiei cinetice:

$$\begin{aligned} dE_c &= dL_{cons} + dL_{necons} \\ dEc &= -dE_p + dL_{necons} \\ d(E_c + E_p) &= dL_{necons} \\ dE &= dL_{necons} \Rightarrow \Delta E = L_{necons} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Variația energiei totale a sistemului este egală cu lucrul mecanic al forțelor neconservative care acționează

asupra sa.

### 2.7. Câmpul gravitațional

Legea atracției universale a lui Newton este una dintre cele mai importante legi ale naturii. Această lege, relativ simplă, exprimată printr-o formulă matematică elementară permite explicația tuturor mișcărilor astrilor și a multor fenomene și fapte complexe. Expresia ei este:

$$F = k \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad k = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \quad (2.27)$$

$$\vec{F} = -k \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

unde  $m_1$  și  $m_2$  sunt masele corpurilor care interacționează, iar  $r$  este distanța dintre ele. Atracția gravitațională posedă proprietăți esențiale care o disting de restul forțelor din natură, ca de exemplu forțele electrice sau magnetice. Iată aceste proprietăți remarcabile:

- acțiunea la mare distanță între toate corpurile din Univers indiferent de dimensiunile lor;
- dependența de poziția mutuală dintre coruri; dacă această poziție se schimbă, valoarea forțelor considerate se schimbă;
- independența de compoziția chimică, de starea fizică și de diversele proprietăți ale corpurilor; singura mărime determinantă este masa;
- absența obstacolelor pentru manifestarea sa.

Nu există nici un fel de ecran care să protejeze față de forța de atracție gravitațională. În natură nu mai există un fenomen sau un proces care să se propage în acest mod. Lumina, razele X, undele radio, forțele electrice și magnetice sunt absorbite de mediul material pe care îl străbat.

Natura atracției gravitaționale este încă neclară. Conform teoriei relativității generalizate a lui Einstein,

attracția gravitațională este o manifestare a proprietăților spațio-temporele ale lumii, este proprietatea primară a materiei care se află la originea tuturor mișcărilor.

**Forța de atracție a Pământului asupra corpurilor se numește greutate.** Folosind legea atracției gravitaționale se deduce valoarea accelerării gravitaționale:

$$k \frac{Mm}{R^2} = mg_0 \quad \Rightarrow \quad g_0 = k \frac{M}{R^2} = 9,81 \frac{m}{s^2} \quad (2.28)$$

unde  $M$  este masa Pământului,  $R$  este raza medie a Pământului (6400 km), iar  $g_0$  este accelerarea gravitațională la suprafața Pământului. Accelerarea gravitațională are și semnificația de intensitate a câmpului gravitațional, definită prin forță cu care câmpul acționează asupra masei unitare adusă în câmp:

$$\vec{\Gamma} = \frac{\vec{F}}{m} = -k \frac{M}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} = g ; \quad [\Gamma] = \frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2} \quad (2.29)$$

Se observă că intensitatea câmpului gravitațional, respectiv, accelerarea gravitațională, depinde doar de sursa gravifică  $M$  și de distanța față de centrul ei  $r$ .

Cu ajutorul legii atracției universale se deduc câteva informații generale privind planeta Pământ cum ar fi masa și densitatea medie:

$$M = g_0 \frac{R^2}{k} \approx 6 \cdot 10^{24} kg$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4\pi R^3}{3}} \approx 5500 \frac{kg}{m^3} \quad (2.30)$$

O problemă deosebit de importantă și incitantă a științei și tehnicii acestui secol a constituit-o desprinderea de suprafața Pământului, invingerea câmpului gravitațional, aceasta fiind și o aspirație a omenirii din zorii existenței sale. În prezent avioanele, helicopterele, rachetele și sateliții se înscriu în activitățile cotidiene ale omenirii

În prag de secol XX. Sateliții sunt corpuri care se rotesc în jurul unei planete. Pământul are un singur satelit natural, Luna și o multitudine de sateliți artificiali lansați în diferite scopuri: de cercetare științifică a spațiului cosmic sau a suprafeței Pământului, meteorologici, militari, de telecomunicații. Primul satelit a fost lansat de fosta URSS în anul 1957. Până în prezent spațiul periterestru a fost populat de peste 14 000 de obiecte confectionate de om și lansate în Cosmos, din care aproximativ 4 500 au pătruns în straturile atmosferei terestre și au ars.

Viteza necesară unui corp pentru a deveni satelit se numește prima viteză cosmică. Valoarea ei se află din condiția ca forța de atracție să echilibreze forța centripeta de inerție. În funcție de altitudinea  $h$  există sateliți de mică și de mare altitudine:

$$\begin{aligned}
 a. \text{ pt. } r=R: \quad \frac{mv_{01}^2}{R} = mg_0 \quad \Rightarrow \quad v_{01} = \sqrt{g_0 R} = 7,9 \frac{\text{Km}}{\text{s}} \\
 b. \text{ pt. } r=R+h \text{ (} h > 150 \text{ Km} \text{)}: \quad \frac{mv_1^2}{R+h} = k \frac{M}{(R+h)^2} \quad (2.31) \\
 \Rightarrow \quad v_1 = v_{01} \sqrt{\frac{R}{R+h}}
 \end{aligned}$$

Viteza de lansare pentru care un corp care ieșe din sfera de atracție a Pământului și intră în sfera de atracție a altor planete sau a Soarelui se numește a doua viteză cosmică sau viteza de evadare:

$$\begin{aligned}
 \Delta E_c = L \\
 E_{c_f} - E_{c_i} = L_G \\
 0 - \frac{mv_{02}^2}{2} = - \int_R^{\infty} k \frac{mM}{r^2} dr = - k \frac{mM}{R} \\
 v_{02} = \sqrt{2k \frac{M}{R}} = v_1 \sqrt{2} = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (2.32)
 \end{aligned}$$

A treia viteză cosmică este viteza necesară unui

corp pentru a părăsi Sistemul Solar. Din calcule asemănătoare celor de mai sus rezultă că  $v_{03} = 16,7 \text{ km/s}$ .

În prezent, pentru telecomunicații și pentru informații meteorologice se utilizează sateliți geostationari.

Un satelit geostationar se caracterizează printr-o perioadă de revoluție egală cu durata unei zile siderale ( $T=23 \text{ h } 56 \text{ min } 4,1 \text{ s}$ ). El evoluează pe o traекторie circulară situată în planul Ecuatorului Pământului la o înălțime de 35.786 km (42.146 km față de centrul planetei) și cu o viteză de 3.075 m/s. Aceste valori se obțin din condițiile de evoluție pentru sateliții geostationari:

$$\frac{mv^2}{R+h} = k \frac{mM}{(R+h)^2} \quad (2.33)$$

$$2\pi(R+h) = vT$$

Plasarea unui asemenea satelit pe orbită este mult mai dificilă decât plasarea unui satelit pe orbită circulară joasă sau eliptică mult alungită. Masa unui astfel de satelit este mare datorită instalațiilor de amplificare a semnalului pe care trebuie să le conțină (semnalele recepționate sunt atenuate datorită distanțelor foarte mari pe care le parcurg). Operațiile de manevrare pentru a ajunge pe orbită sunt complicate, deoarece poligoanele de lansare sunt amplasate de regulă în apropierea Ecuatorului.

Cu toate aceste dificultăți, folosirea sateliților geostationari pentru transmiterea de date, informații, mesaje, programe de radio și televiziune este în prezent aproape generalizată ca urmare a avantajelor ce le oferă prin faptul că acești sateliți sunt practic, imobili față de Pământ.

Stațiile de la sol sunt mult simplificate deoarece nu necesită urmărirea satelitului, o singură antenă poate asigura un serviciu continuu. Altitudinea mare a sateliților geostationari, aproape șase raze terestre are avantajul că plasarea stațiilor nu depinde de topografia locului sau de poziția sa geografică.

Alt avantaj rezultă din faptul că un singur satelit geostationar poate acoperi aproximativ o treime din suprafața Pământului. Cu ajutorul a trei asemenea sateliți plasați decalat cu  $120^\circ$  se asigură un sistem global informațional, adică un sistem care realizează legături între oricare puncte de pe glob.

Merită amintit faptul că România se numără printre țările care au avut și au programe proprii de cercetare a spațiului cosmic și a participat cu aparatură originală, construită la ITIM Cluj-Napoca și la IFA București, la experimente comune pe sateliți din seria INTERCOSMOS și pe rachete geofizice de foarte mare altitudine din seria VERTICAL. În mai 1981 pe nava cosmică Soiuz 40 participă un echipaj româno-rus format din cosmonauții Dumitru Prunariu și Leonid Popov. În prezent s-a constituit Agenția Română pentru Activități spațiale cu sediul pe platforma Măgurele din București care continuă aceste tradiții în domeniul cercetărilor spațiului cosmic.