5. UNDE ELASTICE ŞI ELECTROMAGNETICE

Unda este fenomenul de propagare a oscilaţiilor unei surse. Fenomenele ondulatorii se întalnesc în aproape toate domeniile fizicii: unde sonore, unde la suprafaţa apei, unde seismice, unde electromagnetice (luminoase, radio, X, etc.), unde de probabilitate (unde ataşate microparticulelor).

5.1. Ecuaţia generala a undelor

Să considerăm o coardă lungă, întinsa în direcţia Ox, de-a lungul căreia producem o perturbaţie de o formă oarecare, $\Psi=f(x)$, Fig.5.1. La momentul $t=0$ perturbaţia se află în punctul $x=0$, deci forma perturbaţiei este dată de relaţia $\Psi=f(0)$. În cazul considerat Ψ este elongaţia sau deformaţia corzii în lungul axei Oy.

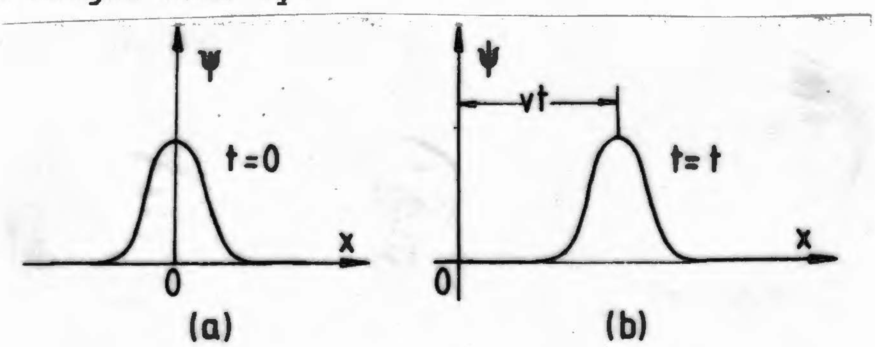

Fig.5.1.

Pe măsura ce trece timpul perturbaţia se propagă formându-se o undă. Dacă mediul este nedisipativ, regăsim perturbaţia în mod identic la distanţa $x=vt$. În acest punct perturbaţia are forma $\Psi=f(x-vt)$ deoarece pentru $x=vt$, $\Psi=f(0)$ care este perturbaţia iniţială. Cu alte cuvinte, perturbaţia la distanţa x este identică cu perturbaţia produsă cu t secunde mai devreme.

O undă de forma $\Psi=f(x-vt)$ se numeşte undă progresivă: odată cu creşterea lui t, x creşte astfel încât pentru $x=vt$, $\Psi=f(0)$. O astfel de undă se propagă în sensul pozitiv al axei Ox. O undă regresivă are forma $\Psi=f(x+vt)$ şi se propagă în sensul negativ al axei Ox; pentru $x=-vt$, $\Psi=f(0)$.

Pentru a deduce ecuaţia generală a undelor să considerăm o undă progresivă $\Psi=f(x-vt)$, unde Ψ reprezintă deplasarea faţă de poziţia de echilibru a punctului material atins de undă (elongaţia). Notam $u=x-vt$, deci $\Psi=f(u)$ şi calculăm derivatele parţiale:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial u} \qquad \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}$$
$$\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial t}=-v\frac{\partial f}{\partial u} \qquad \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=v^2\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \tag{5.1}$$

Observăm că între derivatele parţiale de ordin doi există următoarea relaţie:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=0 \tag{5.2}$$

Ecuaţia (5.2) reprezintă ecuaţia diferenţială generală a undelor. Asupra ei se pot face câteva observaţii:

- este o ecuaţie diferenţială de gradul II cu derivate parţiale cu variabilele x si t;
- are ca soluţie funcţia $\Psi=f(x-vt)$ sau $\Psi=f(x+vt)$ sau, în cazul general, $\Psi=f(x-vt)+f(x+vt)$;
- inversul marimii care inmulţeşte derivata parţiala în funcţie de t este pătratul vitezei de propagare a undelor în mediul respectiv (v);
- această ecuaţie descrie orice fenomen ondulatoriu; Ψ reprezintă un vector (x sau y în cazul undelor mecanice, E - intensitatea câmpului electric şi B - inducţia câmpului magnetic în cazul undelor electromagnetice) sau un scalar

(presiune, temperatură, tensiune electrică).

- dacă unda se propagă în spaţiul tridimensional, ecuaţia (5.2) devine:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=0$$

$$cu \quad \nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \rightarrow \quad \nabla^2\Psi-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=0 \qquad (5.3)$$

Undele mecanice se produc în medii deformabile în care se manifestă forţe elastice. Ele îşi au originea în deplasarea unei anumite porţiuni dintr-un mediu elastic faţă de poziţia de echilibru. Datorită proprietăţilor elastice ale mediului perturbaţia se transmite de la un strat la altul. Astfel, mediul nu se deplasează ca un întreg odată cu propagarea undei, ci diferite porţiuni ale sale oscilează pe distanţe limitate. Când o undă atinge un obiect îl poate pune în mişcare, deci undele transportă energie. Undele transferă energie fără transfer de masă.

Pentru transmiterea undelor mecanice este necesar un suport, un mediu material (spre deosebire de undele electromagnetice care se propagă şi în vid). Toate mediile prin care se propagă undele mecanice (solide, lichide, gaze) posedă proprietăţi elastice care generează forţele de restabilire a porţiunilor ce au fost deplasate şi proprietăţi de inerţie care arată modul în care răspunde porţiunea de mediu la forţele de restabilire. Aceste două proprietăţi, elasticitatea şi inerţia, determină viteza de propagare a undelor.

Undele elastice pot fi transversale, dacă direcţia de oscilaţie a particulelor mediului este perpendiculară pe direcţia de propagare, longitudinale, dacă direcţia de oscilaţie este paralelă cu direcţia de propagare sau nici longitudinale, nici transversale (undele de la suprafaţa apei în care particulele se mişcă în sus şi în jos, înainte şi înapoi, descriind traiectorii circulare sau eliptice).

5.2. Ecuaţia undei plane

Un rol important în fizică îl joacă perturbaţiile periodice care se propagă într-o singură direcţie exprimate prin funcţiile trigonometrice sinus şi cosinus, considerate funcţii armonice simple.

Această alegere se justifică prin faptul că orice mişcare periodică a unei particule poate fi reprezentată ca o combinaţie a mişcărilor armonice simple. Fourier a aratat că orice mişcare a unei surse cu perioada $T=2\pi/\omega$ se descompune într-o serie numită serie Fourier de forma:

$$\begin{aligned} f(t) &= A_0 + A_1 \sin\omega t + A_2 \sin 2\omega t + A_3 \sin 3\omega t + \ldots \\ &+ B_1 \cos\omega t + B_2 \cos 2\omega t + B_3 \cos 3\omega t + \ldots \end{aligned} \quad (5.4)$$

unde coeficienţii A şi B au valori bine precizate în funcţie de mişcarea periodică, aşa cum se va vedea în Capitolul 6.

Dacă mişcarea nu este periodică, adică este o perturbaţie oarecare seria din (5.4) se înlocuieşte cu o integrală.

Când într-un mediu se propagă mai multe unde acţiunea lor asupra particulelor mediului este independentă, deci, elongaţia unei paticule este dată de suma vectorială a elongaţiilor produse de fiecare undă în parte. Acest proces de compunere se numeşte suprapunere sau superpoziţie. Principiul superpoziţiei este valabil în acele medii în care relaţia matematică între forţă şi elongaţie este de directă proporţionalitate. Datorită acestui principiu este posibil să ascultăm notele emise de diferite instrumente muzicale dintr-o orchestră, deşi unda sonoră care ajunge la ureche este foarte complexă. Asemănător, dintre undele radio emise de diferite staţii pot fi selectate numai anumite frecvenţe, fără ca recepţia să fie influenţată de restul undelor.

În acest mod am justificat de ce se aleg funcţiile armonice simple ca soluţie pentru ecuaţia generala a undelor, argumentul lor fiind desigur (x-vt) sau (x+vt).

Considerăm o sursă care produce oscilaţii armonice ce se propagă într-un mediu elastic unidimensional, ecuaţia de mişcare a sursei fiind $x=A\sin\omega t$. De exemplu: un capăt al corzii din Fig.5.1. este pus în oscilaţie armonică după această lege. Oscilaţia ajunge la o particulă a mediului (a corzii) după timpul $t'=x/v$. Oscilaţia particulei va fi identică cu cea a sursei produsă cu t' secunde mai devreme:

$$\Psi(x,t)=A\sin\omega(t-t')=A\sin2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$
$$\Psi(x,t)=A\sin(\omega t-kx)=-A\sin k(x-vt) \qquad (5.5)$$

Expresiile (5.5) reprezintă diferite forme ale ecuaţiei undelor plane. Ψ reprezintă valoarea deplasării faţă de poziţia de echilibru a unei particule aflată la distanţa x de sursă la momentul t.

Procesul de propagare a oscilaţilor este prezentat în Fig.5.2. Dacă în ecuaţia undei se fixeaza t, $\Psi(x,t)$ devine $\Psi(x)$ şi se obţine o imagine fotografică a undei în spaţiu. Dacă se fixează x, $\Psi(x,t)$ devine $\Psi(t)$ şi se obţine o mişcare oscilatorie armonică în timp.

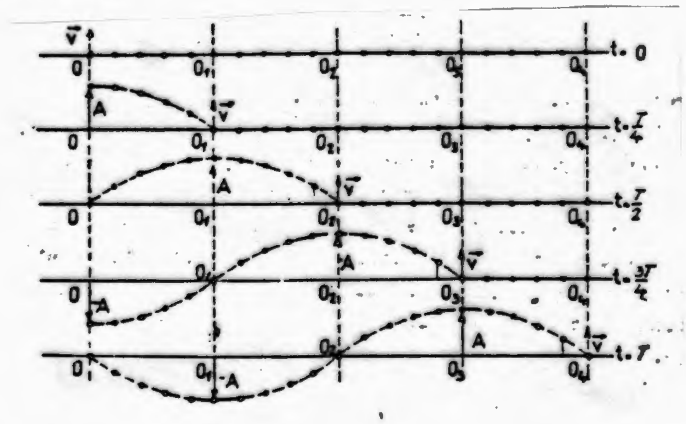

Fig.5.2.

Pe lângă mărimile care caracterizează oscilaţia, definite în Capitolul 4., în ecuaţia undelor mai intervin şi urmatoarele mărimi:

Lungimea de undă: $\lambda=vT$ reprezintă spaţiul străbătut de undă în timp de o perioadă. Această mărime este dependentă atât de proprietăţile mediului, prin v, cât şi de caracteristicile sursei, prin T, respectiv, $\nu=1/T$;

Vectorul de undă: $k=2\pi/\lambda$ reprezintă numărul de lungimi de undă cuprinse în intervalul 2π şi are ca unitate de măsură $[k]=m^{-1}$. Are direcţia şi sensul de propagare al undei; între k, ω şi v există relaţia $k=\omega/v$.

Faza undei: $\varphi=2\pi(t/T-x/\lambda)=(\omega t-kx)$ este argumentul functiei armonice. Toate punctele care au faza constantă formează un front de undă. Din φ=const rezultă viteza de fază v_f, viteza cu care se deplasează frontul de undă:

$$\frac{dt}{T}-\frac{dx}{\lambda}=0 \Rightarrow \frac{dx}{dt}=\frac{\lambda}{T}=v=v_f \tag{5.6}$$

În acest caz viteza de propagare a perturbaţiei este egală cu viteza frontului de undă. Dacă mediul este omogen şi izotrop frontul de undă este perpendicular pe direcţia de propagare a undei care se mai numeşte şi rază.

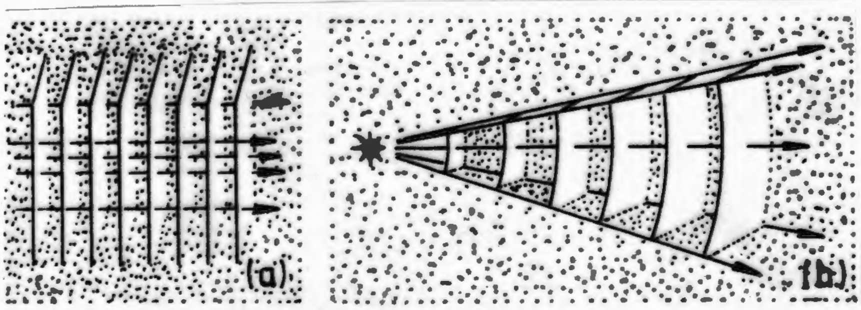

Fig.5.3.

În Fig.5.3.a. sunt prezentate fronturi de undă plane (unde plane) ale căror raze sunt paralele, iar în Fig.5.3.b. sunt fronturi de undă sferice ale căror raze pornesc din sursă. La distanţă mare de sursă un front de undă sferic devine aproximativ plan.

Două puncte ale mediului prin care se propagă unda aflate la distanţa Δx sunt:

- în concordanţă de fază, dacă $\Delta\varphi=2n\pi$, adică $\Delta x=2n\lambda/2$;
- în opoziţie de fază, dacă $\Delta\varphi=(2n+1)\pi$, adică $\Delta x=(2n+1)\lambda/2$.

Unda este un fenomen cu dublă periodicitate, aăa cum se observă şi din Fig.5.2.

- cu periodicitate în timp cu perioada T:

$$\Psi(x,t+nT)=A\sin 2\pi\left(\frac{t+nT}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=$$
$$=A\sin 2\pi\left[\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+2n\pi\right]=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=\Psi(x,t) \tag{5.7}$$

- cu periodicitate în spaţiu cu perioada λ:

$$\Psi(x+n\lambda,T)=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+n\lambda}{\lambda}\right)=$$
$$=A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)-2\pi n\right]=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=\Psi(x,t) \tag{5.8}$$

5.3. Unde longitudinale

Undele longitudinale se produc în medii solide, lichide şi gazoase. Particulele mediului oscilează paralel cu direcţia de propagare a undei, unda fiind o succesiune de zone de compresie şi de destindere.

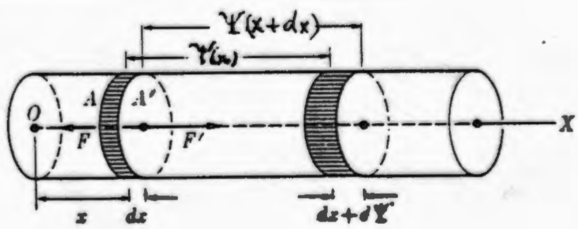

Fig.5.4.

Pentru a deduce ecuaţia de propagare a undelor longitudinale şi viteza lor de propagare, să considerăm un mediu solid în care decupăm mintal un tub cu secţiunea S, Fig.5.4. La aplicarea unei forţe exterioare F două secţiuni aflate în punctele de coordonate x şi x+dx vor suferi deplasările $\Psi(x)$ şi, respectiv, $\Psi(x+dx)$; cilindrul de lungime dx se deformează cu $d\Psi$. Deoarece nu se depăşeste limita de elasticitate este valabilă legea lui Hooke, $F/S=E\Delta l/l_0$.

În cazul nostru există corespondenţa $\Delta l \rightarrow d\Psi$, $l_0 \rightarrow dx$, deci $\Delta l/l_0 \rightarrow d\Psi/dx$. Deoarece Ψ este funcţie de două variabile x si t, legea lui Hooke devine:

$$\frac{F}{S}=E\frac{\partial\Psi}{\partial x} \tag{5.9}$$

Forţa care acţionează asupra elementului de masă dm care ocupă volumul dV=Sdx=dm/ρ este:

$$dF=F'-F=\frac{\partial F}{\partial x}dx=ES\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}dx=E\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}dV=E\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\frac{dm}{\rho} \tag{5.10}$$

Mişcarea elementului de masă este conformă cu principiul fundamental al dinamicii:

$$dF=a\,dm=\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}dm \tag{5.11}$$

Egalând expresiile (5.10) şi (5.11) se obţine ecuaţia diferenţiala a undelor longitudinale:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}-\frac{\rho}{E}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=0 \tag{5.12}$$

Tabelul 5.1.

Mediul	v_l m/s	Mediul	v_l m/s
fier	5050	lemn	500
aluminiu	5104	aer	331,5
beton	3160	CO_2	260
plumb	1320	cauciuc	50
apa	1407	vid	0

Comparaţia cu ecuaţia generală (5.2) permite deducerea vitezei de propagare a undelor longitudinale în solide:

$$v_l=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \textit{(în solide)} \qquad (5.13)$$

În relaţia (5.13) proprietăţile elastice ale mediului sunt exprimate prin modulul de elasticitate, iar cele inerţiale, prin densitatea ρ. În lichide, proprietăţile inerţiale sunt descrise prin modulul de compresibilitate χ; expresia vitezei de propagare a undelor longitudinale este:

$$v_l=\sqrt{\frac{\chi}{\rho}} \quad \textit{(în lichide)} \qquad (5.14)$$

În gaze, propagarea undelor se face prin transformări adiabatice, iar proprietăţile elastice sunt descrise de produsul dintre presiune şi exponentul adiabatic:

$$v_l=\sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}} \quad \textit{(în gaze)} \qquad (5.15)$$

În Tabelul 5.1. sunt prezentate vitezele de propagare ale undelor longitudinale în diferite medii.

5.4. Unde transversale

Undele transversale se propagă numai în medii solide tensionate în care se produc deformări de forfecare permise de forţele puternice de interacţiune din solide. Particulele mediului efectuează oscilaţii perpendiculare pe direcţia de propagare.

Considerăm o coardă întinsă de forţa de tensiune T în lungul axei Ox, Fig.5.5. Presupunem că deplasăm coarda perpendicular pe lungimea ei pe o mică distanţă Ψ, astfel încât o porţiune AB de lungime dx ajunge în poziţia A'B'. Asupra fiecarui capăt acţionează forţa T: în A datorită porţiunii stângi a corzii, iar în B datorită porţiunii din dreapta. Datorită curburii corzii, forţele nu au aceeaşi direcţie.

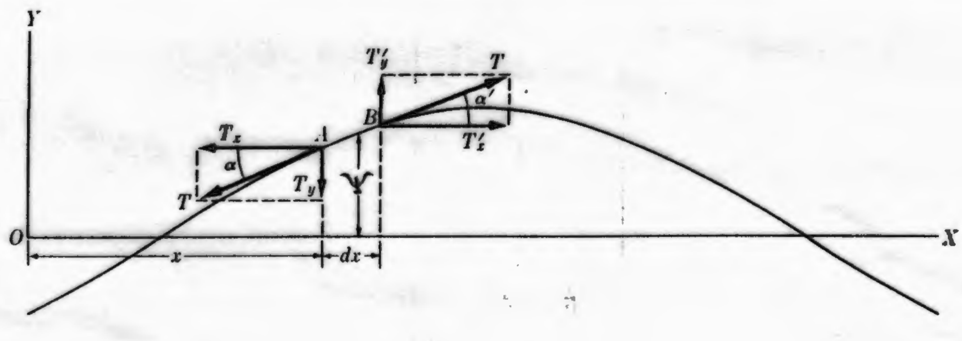

Fig.5.5.

Componentele orizontale dau o rezultantă F_x nulă în direcţia 0x pentru curbura mică, deci unghiuri α, α' mici:

$$T_x' = T\cos\alpha' \qquad T_x = -T\cos\alpha$$
$$F_x = T_x' + T_x = T(\cos\alpha - \cos\alpha') = 0 \tag{5.16}$$

Componentele verticale au rezultanta F_y diferită de zero, ea determinând legea de propagare a undei transversale:

$$T_y' = T\sin\alpha' \qquad T_y = -T\sin\alpha$$
$$F_y = T_Y' + T_Y = T(\sin\alpha' - \sin\alpha) \tag{5.17}$$

Dacă curbura este mică unghiurile α si α' sunt mici, iar funcţiile sinus pot fi înlocuite cu funcţiile tangentă:

$$F_y = T(tg\alpha' - tg\alpha) = T.\, d(tg\alpha) = T\frac{\partial(tg\alpha)}{\partial x}dx \tag{5.18}$$

Tangenta unghiului α este panta curbei urmată de coardă, deci tgα=∂Ψ/∂x. Relaţia (5.18) devine:

$$F_y = T\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)dx = T\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}dx \tag{5.19}$$

Conform legii a doua a dinamicii această forţă este egală cu masa dm a porţiunii de coarda AB înmulţită cu acceleraţia $\partial^2\Psi/\partial t^2$:

$$F_y = dm\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = T\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}dx \tag{5.20}$$

Dacă masa corzii este uniform distribuită se defineşte masa unităţii de lungime prin $\mu=dm/dx$ care înlocuită în (5.20) conduce la ecuaţia diferenţiala a undelor transversale:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} - \frac{\mu}{T}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = 0 \tag{5.21}$$

Din compararea ecuaţiei (5.21) cu ecuaţia generală a undelor (5.2) se află viteza undelor transversale:

$$v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{5.22}$$

Proprietăţile elastice ale mediului sunt exprimate prin tensiunea de întindere T, iar cele inerţiale, prin masa unităţii de lungime μ.

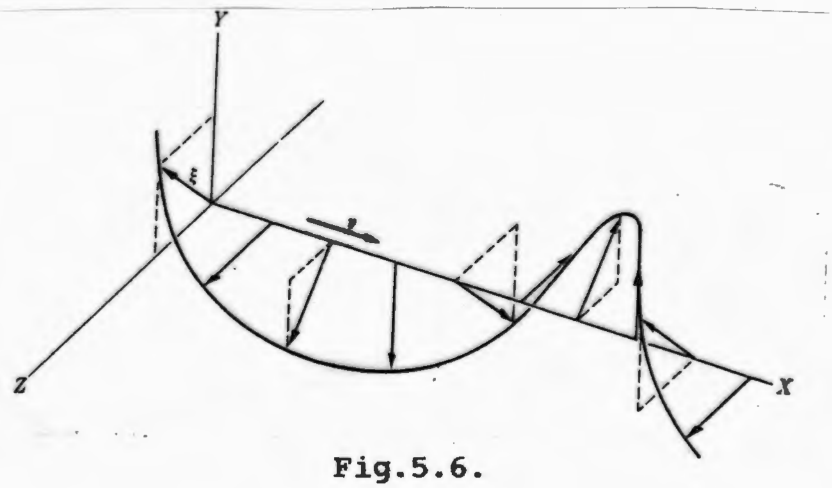

Fig.5.6.

Aşa cum am specificat, deformaţia este perpendiculară pe direcţia de propagare a undei Ox. Dar există o multitudine de direcţii perpendiculare pe axa Ox conţinute în planul y0z. În acest ultim caz deformaţia transversală Ψ

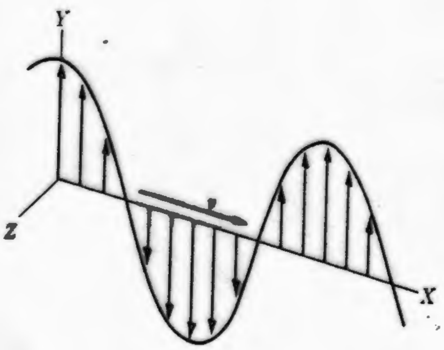

Fig.5.7.

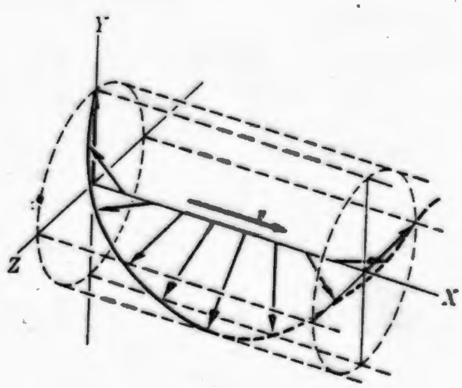

Fig.5.8.

se descompune după axele 0y şi 0z. Dacă propagarea se produce astfel încât Ψ îşi schimbă direcţia de la punct la punct, rezultatul este o coardă curbată ca în Fig.5.6. O asemenea undă este o undă nepolarizată.

Dacă toate deplasările se produc în aceeaşi direcţie, să spunem, 0y, coarda va oscila în planul x0y, iar o asemenea undă se numeşte undă liniar polarizată, Fig.5.7. Dacă Ψ îşi schimbă direcţia astfel încât coarda descrie suprafaţa unui cilindru, unda este circular polarizată şi fiecare punct al coardei descrie un cerc în jurul axei 0x, Fig.5.8.

5.5. Energia undelor elastice

În timpul procesului de propagare a undelor nu are loc un transport de substanţă, ci numai o propagare a stării de mişcare în întreg mediul considerat, mai exact, are loc un transport de energie. Energia undelor are o componentă cinetică E_c datorată deplasării particulelor şi o componentă potenţială E_p generată de câmpul forţelor elastice în care se propagă unda. Energia cinetică a unei porţiuni din mediu de densitate ρ, de masă m şi volum V este:

$$E_c=\frac{mv^2}{2}=\frac{m}{2}(\frac{\partial\Psi}{\partial t})^2 \qquad (5.23)$$

unde $\partial\Psi/\partial t$ este viteza de oscilaţie a particulelor atinse de undă; ea se obţine prin derivarea relaţiei (5.5):

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t}=A\omega\cos(\omega t-kx) \qquad (5.24)$$

Prin înlocuirea relaţiei (5.24) în (5.23) se obţine expresia energiei cinetice a undelor:

$$E_c=\frac{m}{2}A^2\omega^2\cos^2(\omega t-kx)=\frac{\rho V}{2}A^2\omega^2\cos^2(\omega t-kx) \qquad (5.25)$$

Pentru undele longitudinale energia potenţială în câmpul forţelor elastice este $kx^2/2$ unde k este constanta elastică a mediului dată de legea lui Hooke, $k=ES/l_0$. În cazul nostru, se deformează lungimea dx a unui element de volum cu cantitatea $d\Psi$, conform Fig.5.4. Vom avea:

$$E_p=\frac{ES}{2l_0}x^2=\frac{ESl_0}{2}(\frac{x}{l_0})^2 \Rightarrow E_p=\frac{EV}{2}(\frac{\partial\Psi}{\partial x})^2 \qquad (5.26)$$

Cu relaţia (5.8) găsim:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x}=-Ak\cos(\omega t-kx) \qquad (5.27)$$

unde k este vectorul de undă $k=2\pi/\lambda=\omega/v$. Folosind expresia modulului de elasticitate din relaţia (5.13), $E=\rho v^2$, energia potenţială a undelor elastice devine:

$$E_p=\frac{EV}{2}A^2k^2\cos^2(\omega t-kx)=\frac{\rho V}{2}A^2\omega^2\cos(\omega t-kx) \qquad (5.28)$$

Energia totală a undelor elastice se găseşte cu ajutorul relaţiilor (5.25) şi (5.28):

$$E=E_c+E_p=\rho VA^2\omega^2\cos^2(\omega t-kx) \qquad (5.29)$$

Observaţii: Energia undelor elastice:

- se modifică în timp şi spaţiu, deci se propagă odată cu forma de mişcare;
- este o cantitate mereu pozitivă;
- depinde de pătratul amplitudinii de oscilaţie a particulelor, de pătratul pulsaţiei (frecvenţei) oscilaţiei şi de masa - ρV - pusă în mişcare.

În Fig.5.9. este prezentată variaţia energiei undei, şi a elongaţiei în funcţie de faza mişcării. Energia este maximă pentru faza la care deformaţia este nulă.

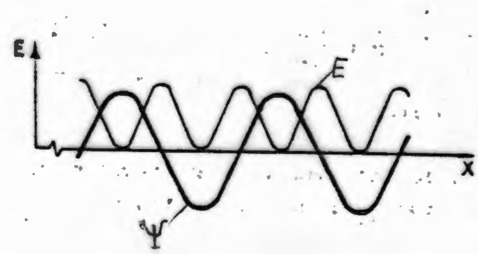

Fig.5.9.

În practică prezintă o importanţă deosebită câteva mărimi definite cu ajutorul energiei undelor, numite **mărimi** energetice.

Energia medie <E> cuprinsă într-un volum V se calculează prin medierea pe o perioadă a energiei:

$$\langle E\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \rho V A^2\omega^2\cos^2(\omega t - kx)\,dt = \frac{\rho V}{2}A^2\omega^2 \qquad (5.30)$$

Densitatea de energie w este energia medie din unitatea de volum:

$$w = \frac{\langle E\rangle}{V} = \frac{\rho}{2}A^2\omega^2 \qquad [\frac{J}{m^3}] \qquad (5.31)$$

Fluxul de energie Φ se defineşte prin energia medie care trece în unitatea de timp prin suprafaţa data:

$$\Phi = \frac{\langle E\rangle}{t} = \frac{wV}{t} = \frac{wSl}{t} = wSv \qquad [\frac{J}{s} = W] \qquad (5.32)$$

Intensitatea undei I caracterizează câmpul ondulatoriu într-un punct dat şi reprezintă energia medie care trece în unitatea de timp prin unitatea de suprafaţă:

$$I=\frac{\langle E\rangle}{tS}=\frac{\Phi}{S}=\frac{wSv}{S}=wv=\frac{1}{2}\rho vA^2\omega^2 \qquad [\frac{W}{m^2}] \qquad (5.33)$$
$$\vec{I}=w\vec{v}$$

Intensitatea undei este o mărime vectorială, numită vector Umov-Poynting care dă valoarea, direcţia şi sensul fluxului de energie prin unitatea de suprafaţă. Transportul de energie se face în direcţia şi sensul vitezei de propagare a undei.

Exemplu:

Considerăm o sursa de unde al cărei flux de energie este Φ, de la care se propagă unde sferice într-un mediu neabsorbant, Fig.5.10. Să aflăm cum depinde intensitatea undei de distanţa până la sursă, presupunând că mediul este izotrop şi că emisia este uniformă în toate direcţiile.

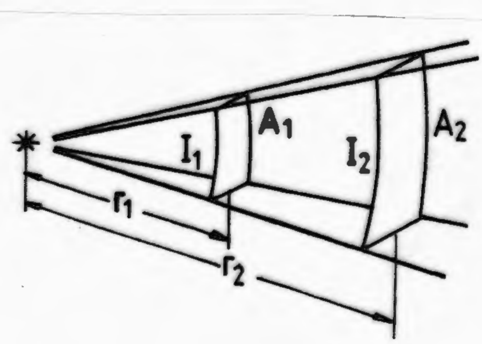

Fig.5.10.

Fluxul de energie emis de sursa ajuns la distanţa r_1 este repartizat pe o suprafaţă sferică de arie $4\pi r_1^2$, iar la distanţa r_2, pe o suprafaţă $4\pi r_2^2$. Considerând pierderile de energie nule, avem:

$$\Phi=I_1.4\pi r_1^2=I_2.4\pi r_2^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2}=\frac{r_2^2}{r_1^2}$$

unde I_1 şi I_2 sunt intensităţile undei la distanţele r_1 si r_2. Se constată că intensitatea undei sferice variază invers proporţional cu pătratul distanţei până la sursă. Deoarece intensitatea este proporţională cu pătratul amplitudinii de oscilaţie, rezultă că amplitudinea undei trebuie să varieze invers proporţional cu distanţa până la sursă.

5.6. Presiunea ondulatorie

Propagarea undelor longitudinale se produce sub forma unor comprimări şi destinderi succesive ale mediului care generează zone de sub- şi suprapresiune. Numim presiune ondulatorie p diferenţa dintre valoarea presiunii într-un punct în prezenţa undelor şi presiunea din acel punct în absenţa undelor. Presiunea ondulatorie este determinată de forţa care acţionează pe unitatea de suprafaţă şi se determină din legea lui Hooke:

$$p=\frac{F}{S}=-\frac{E\Delta l}{l_0}; \qquad p=-E\frac{\partial\Psi}{\partial x} \tag{5.34}$$

Folosind $E=\rho v^2$, $k=\omega/v$ şi derivata relaţiei (5.5):

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x}=-Ak\cos(\omega t-kx) \tag{5.35}$$

se obţine expresia presiunii ondulatorii:

$$\begin{gathered} p(x,t)=\omega A\rho v\cos(\omega t-kx) \\ p(x,t)=p_{max}\cos(\omega t-kx); \qquad p_{max}=\omega A\rho v \end{gathered} \tag{5.36}$$

Presiunea ondulatorie efectivă se obţine din medierea pe o perioadă a pătratului presiunii:

$$\begin{aligned} p_{ef}^2 &= \frac{1}{T}\int_0^T p^2(x,t)\,dt=\frac{\rho v^2A^2\omega^2}{T}\int_0^T\cos^2(\omega t-kx)\,dt= \\ &= \frac{1}{2}\omega^2A^2\rho^2v^2=\frac{p_{max}^2}{2}; \qquad \Rightarrow \qquad p_{ef}=\frac{p_{max}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \tag{5.37}$$

Examinând relaţiile (5.24) şi (5.36) se constată că presiunea ondulatorie şi viteza de oscilaţie sunt mărimi ce oscilează în faza, iar raportul lor depinde doar de proprietăţile mediului de propagare a undei:

$$p=\rho v\frac{\partial\Psi}{\partial t}=Z\frac{\partial\Psi}{\partial t}; \qquad Z=\rho v \tag{5.38}$$

Mărimea Z se numeşte **impedanţa ondulatorie a mediului** (sau **impedanţa acustică** - pentru sunete). Relaţia (5.38) se numeşte **legea lui Ohm pentru acustică**. Ea permite stabilirea urmatoarei dependente între intensitate şi presiune:

$$I=\frac{1}{2}\omega^2A^2\rho v=\frac{\omega^2A^2\rho^2v^2}{2\rho v}=\frac{p_{max}^2}{2Z}=\frac{p_{ef}^2}{Z} \tag{5.39}$$

Pe baza acestei relatii se determina intensitatea undei măsurând presiunea sa.