DETERMINAREA ACCELERATIEI GRAVITATIONALE CU AJUTORUL UNUI PENDUL FIZIC

Scopul lucrării.

În lucrare se studiază mişcarea oscilatorie a unui corp, montat astfel încât să constituie un pendul fizic; se determină acceleraţia gravitaţională şi momentul de inerţie al corpului.

Consideraţii teoretice.

Se numeşte ***pendul fizic*** un corp montat în aşa fel încât să poată oscila într-un plan vertical, în jurul unei ax care nu trece prin centrul său de masă. În Fig. 1 este arătat un astfel de pendul. Corpul ***C*** având o formă oarecare este suspendat în punctul ***O*** şi poate oscila cu frecări neglijabile în jurul unei axe care trece prin acel punct. Fie O_{CG} punctul care marchează centrul de greutate al corpului. În poziţia de echilibru, centrul de greutate se găseşte pe verticala ce trece prin punctului de susţinere(în Fig. 1 - dreapta ***OO'***). Dacă punctul O_{CG} se află pe verticală sub punctul ***O***, atunci echilibrul este stabil. Acţionând cu o forţă exterioară putem scoate corpul din poziţia de echilibru prin rotirea lui cu unghi θ în plan vertical în jurul axului ce trece prin ***O***. La înlăturarea acestei forţe corpul rămâne sub acţiunea greutăţii (***G***) şi a reacţiunii ***N*** a axului de rotaţie. Componenta G_t a forţei de greutate produce un moment de rotire a corpului, care caută să-l aducă în poziţia de echilibru. Acest moment de revenire este:

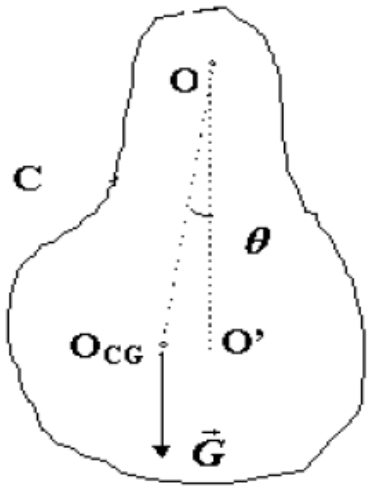

Fig. 1

$$M = -mgd \sin\theta \tag{1}$$

în care *m* este masa corpului, iar *d* este distanţa de la centrul său de greutate la axa de rotaţie. În cazul deplasărilor mici $sin\theta \cong \theta$ şi pendulul se află în aşa numitul regim de amplitudini mici, când:

$$M = -mgd\,\theta \tag{2}$$

şi pendulul oscilează armonic, de o parte şi de alta a poziţiei de echilibru.

Perioada de oscilaţie a pendulului se află din ecuaţia diferenţială de mişcare:

$$I\frac{d^2\theta}{d\theta^2} = M \tag{3}$$

în care ***I*** reprezintă momentul de inerţie al corpului faţă de axul ce trece prin **O**.

Din relaţile (2) şi (3) rezultă:

$$\frac{d^2\theta}{d\theta^2} = -\frac{mgd}{I}\theta \tag{4}$$

Coeficientul derivatei de ordinul zero a lui θ se notează cu ω_0^2 şi reprezintă pătratul pulsației proprii a pendulului fizic; se vede că ecuația (4) reprezintă, de fapt, ecuația diferențială a oscilatorului armonic:

$$\frac{d^2\theta}{d\theta^2} + \omega_0^2\theta = 0 \tag{5}$$

Soluția generală a ecuației diferențiale (5) poate fi scrisă sub forma reală astfel:

$$\theta = \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \tag{6}$$

în care constantele θ_m şi φ reprezintă amplitudinea şi, respectiv, faza inițială a mişcării, ele putând fi determinate din condițiile inițiale ale mişcării.
Având în vedere notația făcută pentru pulsație, putem determina perioada de oscilație a pendulului fizic ştiind că $\omega = \frac{2\pi}{T}$ vom obține:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \tag{7}$$

Dispozitivul experimental

Pendulul fizic constă, în experimentul de față. dintr-o bară ***(B)*** din oțel inoxidabil cu dimensiunile de aproximativ 1m lungime şi secțiune 0,5 cm^2. În bară sunt practicate câteva orificii, dispuse simetric de o parte şi de alta a centrului de greutate (Fig. 2). Orificiile sunt executate în aşa fel, încât permit suspendarea barei pe un cuțit ***(A)*** din oțel de înaltă duritate. Cristalul este montat orizontal printr-un dispozitiv, fixat în perete. Aşezând bara pe muchia cuțitului, folosind unul din orificii, se obține un pendul fizic de o anumită lungime, ***d*** şi un anumit moment de inerție ***I***. Schimbând orificiul, se modifică atât ***d*** cât şi ***I,*** astfel că pendulul va avea o altă perioadă de oscilație.

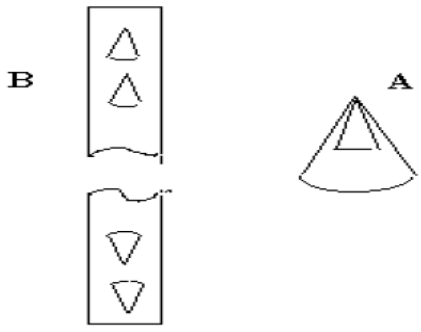

Fig. 2

Fie I_0 momentul de inerție al barei față de axa ce trece prin centrul său de greutate, O_{CG}, şi care este paralelă cu axul de rotație ce trece prin ***O***.
Conform teoremei lui Steiner:

$$I = m\,d^2 + I_0 \tag{8}$$

Folosind relația (8), relația (7) devine:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g} + \frac{I_0}{mgd}} \tag{9}$$

Ecuația (9) dă perioada de oscilație a pendulului pentru orice distanță d, la care se află axul de oscilație O față de centrul de masă al barei. Măsurând perioadele de oscilație, T, şi distanțele

corespunzătoare d, din ecuația (9) se poate calcula accelerația gravitațională, g, prin transformarea:

$$dT^2 = \frac{4\pi^2}{g} d^2 + \frac{4\pi^2 I_0}{mg} \qquad (10)$$

care exprimă dependența liniară a mărimii dT^2 în funcție de d^2.Panta dreptei permite calcularea accelerației gravitaționale.

Modul de lucru.

Pentru determinarea valorii accelerației gravitaționale se procedează astfel:

- se măsoară, cu ajutorul şublerului, distanțele (2d) dintre vârfurile simetric dispuse față de centrul barei, iar valorile lui d se trec în Tabelul 1.
- se sprjină bara cu mare grijă pe cuțitul de susținere, începând cu primul orificiu dintr-un capăt al ei şi continuând cu restul de 4 orificii;
- se îndepărtează uşor de la poziția de echilibru ($\theta < 5^o$) şi se măsoară timpul (t_1) în care se produc 15 oscilații (n_1); cu ajutorul relatiei $T_1 = t_1 / n_1$ se calculează perioada de oscilație a pendulului;
- se schimbă poziția punctului de suspensie în al doilea orificiu şi se măsoară în aceleaşi condiții, perioada T_2;
- se repetă procedeul pentru toate orificiile, după care se întoarce bara cu 180^o şi se repetă măsurătorile; rezultatele obținute se trec în Tabelul 1:

Tabelul 1

Nr. osc.	t (s)	T (s)	d (cm)	d^2 (cm^2)	dT^2 ($cm \cdot s^2$)

folosind ecuația (10) se reprezintă grafic dependența liniară dT^2 funcție de d^2 şi se determină panta, tg α, a graficului. Având în vedere că:

$$tg\alpha = \frac{4\pi^2}{g}$$

se găseşte uşor valoarea lui g.