Cursul 13.1 Dezintegrarea radioactivă

Legea dezintegrarii radioactive

Am vazut în capitolle anterioare că există muti izotopi, naturali sai artificiali care se dezintegrează emițând particule α (nucleele de ${}_{2}^{4}He$), β (electroni β^- sau pozitroni β^+) sau γ (cuante electromagnetice cu cea mai mare energie). Dacă presupunem că într-un material radioactiv exista la un moment dat un număr N de nuclee care se pot dezintegra, și dacă într-un interval de timp *dt*, se dezintegrează un număr *dN* de nuclee atunci se poate porniii de la relația:

$$dN = -\lambda N dt, \tag{1}$$

unde λ este constanta de dezintegrare care caracterizeaza viteza de dezintegrare și care este specifică fiecărui material. Semnul minus din ec. (1) apara datorită faptului că numarul de nuclee scade în urma dezintegrării. De aici prin separarea variabilelor și integrare:

$$\begin{gathered}\frac{dN}{N} = -\lambda dt \;\Rightarrow\; \int_{N(0)}^{N(t)} \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda dt \;\Rightarrow \\ ln\left[\frac{N(t)}{N(0)}\right] = -\lambda t\end{gathered}, \tag{2}$$

unde N(0) este numarul de nuclee radioactive inițial, se poate obține legea de dezintegrare radioactivă:

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}, \tag{3}$$

Activitatea unei surse radioactive

Activitatea unei surse radioactive reprezintă numărul de nuclee care se dezintegrează în unitatea de timp. Se notează cu Λ și este proportională cu numarul de nuclee existente la un monent dat și depinde de tipul de izotop prin constata de dezintegrare, λ:

$$\Lambda = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N. \tag{4}$$

Activitatea unei surse radioactive, Λ, are sensul de viteză de dezintegrare și are ca unitate de măsură, în sistemul internaţional, Becquerel-ul (Bq):

$$[\Lambda]_{SI} = Bq \quad și \quad 1Bq = 1\, dez/s \tag{5}$$

Un Bq reprezintă activitatea unui radionuclid care se transformă în mod spontan o singură dată pe secundă. Unitatea de măsură mai veche, utilizată şi în prezent, este Curie-ul (Ci):

$$1\text{Ci} = 3.7 \times 10^{10}\ \text{Bq} \tag{6}$$

și este activitatea unui gram de Radiu.

Activitatei unei surse radioactive nu este constantă în timp. Se poate arata (pornind de la ec. 4) că activitatea unei surse radioactive scade în timp după aceeași lege dată de legea de dezintegrării radioactive:

$$\Lambda(t) = \lambda N(t) \xrightarrow{folosind\ ec.\ (3)} \Lambda(t) = \lambda N(0)e^{-\lambda t} \tag{7}$$

și în final, dacă se consideră activitatea ințiala a sursei:

$$\Lambda_0 = \lambda N(0), \tag{8}$$

Se obține:

$$\Lambda(t) = \Lambda_0 e^{-\lambda t}. \tag{9}$$

O relație asemănătoare se poate scrie pentru masa unui material radioactiv. Astfel, dacă considerăm că m_0 este masa unui singur nuclid atunci masa materialului radioactiv (format dintr-un singur tip de izotopi) putem scrie o relație asemănătoare pentru masă:

$$M = m_0 N \quad \Rightarrow \quad M(t) = M_0 e^{-\lambda t}. \tag{10}$$

Timpul de înjumatatire

Definiție: timpul de înjumătățire, $T_{½}$ este timpul in care numarul de nuclee se reduce la jumatate:

$$\mathrm{N}(T_{½}) = \frac{N(0)}{2}. \tag{11}$$

De unde folosind legea dezintegrării radioactive dată de ecuația (3) obținem relațiile:

$$N(0)e^{-\lambda T_{½}} = \frac{N(0)}{2} \Rightarrow e^{-\lambda T_{½}} = 2^{-1}, \tag{12}$$

și prin logaritmare se obține:

$$\ln\left(e^{-\lambda T_{½}}\right) = \ln\left(2^{-1}\right) \Rightarrow -\lambda T_{½} = -\ln(2) \Rightarrow \lambda T_{½} = \ln(2), \tag{13}$$

iar în final se obține timpul de înjumătățire invers proporțional cu constanta de dezintegrare:

$$T_{½} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}, \tag{14}$$

Timpul mediu de viata, τ

Timpul de injumătățire nu este și timpul mediu de viată a unui izotop, dar este strâns legat de acesta. Astfel timpul mediu de viață se poate defini ca o intrgrala considertată din timp după nulărul de nuclee, de la N(0) până la 0:

$$\tau = \frac{1}{0-N(0)} \int_{N(0)}^{0} t dN. \quad (15)$$

Pentru calculul integralei vom folosi de definiția dată de ecuația (1) și vom face o shimbare de variabilă de la numărul de nuclee la timp. Vom folosii și perechile de condiții la limită (la t = 0; N = N(0)) și (la t = ∞; N = 0):

$$\tau = \frac{-1}{N(0)} \int_{0}^{\infty} -\lambda N(t) t dt, \quad (16)$$

de unde utilizând legea de dezintegrare radioactivă dată de ecuația (3) se obține:

$$\tau = \frac{1}{N(0)} \int_{0}^{\infty} \lambda N(0) t e^{-\lambda}\ dt = \int_{0}^{\infty} t e^{-\lambda t} (\lambda dt) = \frac{1}{\lambda} \int_{0}^{\infty} (\lambda t) e^{-\lambda t} (\lambda dt). \quad (17)$$

Iar in final se poate face o nouă schimbare de variabilă:

$$x = \lambda t, \quad (18)$$

cu perechile de condiții la limită (la t = 0; x = 0) și (la t = ∞; x = ∞), de unde se obține:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \int_{0}^{\infty} x e^{-x} dx, \quad (19)$$

si pentru că:

$$\int_{0}^{\infty} x e^{-x} dx = 1, \quad (20)$$

se obține expresia timpului mediu de viață:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (21)$$

Între timpul de injumătățire $T_{½}$, timpul de viață τ și constanta de dezintegrare există relațiile:

$$T_{½} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \ln(2)\frac{1}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad T_{½} = \ln(2)\,\tau \ \text{și}\ \tau = \frac{T_{½}}{\ln(2)}\ sau\ \tau = 1.443\ T_{½}\ . \quad (22)$$

Din ecuația (22) se observă că timpul mediu de viață a unui izotop radioactiv este mai mare ca timpul de injumătățire $T_{½}$ cu un factor de 1.443.

Bibliografie

1. Valdimir Znamirovschi, Note de curs, 1995
2. Prof. Dr. Grigore Damin, UBB, Note de curs Online, (Curs de Fizica Nucleara) http://www.phys.ubbcluj.ro/~grigore.damian/lectures.html.
3. Simona Cornelia Nicoara, Fizica Mediului si Habitatului, Ed. Risoprint 2002.
4. Onuc Cozar, Note de curs, 1996.