Cursul 2. Proprietățile sunetelor

Energia si intensitatea sunetelor

Procesul de propagare a undelor mecanice şi deci şi cele sonore, înseamnă propagarea mişcării, ceea ce semnifică o propagare a energiei. Fie o undă sonoră (longitudinală) ce se propagă intr-un mediu elastic (aerul). Să considerăm funcţia de undă ca fiind $\Psi(x,t)$ se consumă o energie pentru învingerea forţei elastice care se opune deformării. Puterea consumată este:

$$P = -F \cdot v \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial W}{\partial t} = -F\frac{\partial \Psi}{\partial t}, \tag{1}$$

unde s-a considerat că viteza de deformare este $v = \frac{\partial \Psi}{\partial t}$. Pentru o undă sinusoidală:

$$\Psi(x,t) = A \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x), \tag{2}$$

unde s-a definit vectorul de undă:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\nu}{\nu} = \frac{\omega}{\frac{\lambda}{T}} = \frac{\omega}{v}. \tag{3}$$

Forţa se poate exprima din legea lui Hooke:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0} \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{S} = E\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad F = ES\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \tag{4}$$

Derivata parţială a funcţiei de undă in funcţie de timp este:

$$\frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = A\omega \cos(\omega \cdot t - k \cdot x). \tag{5}$$

Iar derivata parţială a funcţiei de undă în funcţie de spaţiu este:

$$\frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial} = -Ak\cos(\omega \cdot t - k \cdot x) = -A\frac{\omega}{v_s}\cos(\omega \cdot t - k \cdot x). \tag{6}$$

Iar din formula vitesei sunetelor se obține:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \quad \Rightarrow \quad E = \rho_0 v_s^2}. \tag{7}$$

Puterea transmisă secţiunii vecine de către secţiunea deformată este atunci:

$$\begin{gathered}\frac{\partial W}{\partial t} = -ES\frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \rho_0 v_s^2 SA\frac{\omega}{v_s}\cos(\omega \cdot t - k \cdot x)A\omega\cos(\omega \cdot t - k \cdot x) \\ \frac{\partial W}{\partial t} = \rho_0 v_s SA^2\omega^2\cos^2(\omega \cdot t - k \cdot x)\end{gathered}, \tag{8}$$

care este întotdeauna o mărime pozitivă.

Valoarea medie a puterii este dată de relaţia generală:

$$\left\langle \frac{\partial W}{\partial t} \right\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{\partial W}{\partial t}dt = \frac{1}{T}\int_0^T \rho_0 v_s SA^2\omega^2\cos^2(\omega \cdot t - k \cdot x)dt\,, \tag{9}$$

care devine

$$\left\langle \frac{\partial W}{\partial t} \right\rangle = \rho_0 v_s SA^2\omega^2 \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - k \cdot x\right)dt = \frac{1}{2}\rho_0 v_s SA^2\omega^2\,. \tag{10}$$

Definiţie: Fluxul de energie prin unitatea de suprafaţă, adică energia transportată de undă în unitatea de timp prin unitatea de suprafaţă se numeşte ***intensitatea undei.***

$$\boxed{I = \frac{1}{S}\left\langle \frac{\partial W}{\partial t} \right\rangle = \frac{1}{2}\rho_0 v_s A^2\omega^2}. \tag{11}$$

Definiţie: **Densitatea medie de energie**, *w* transportată de undă în unitatea de timp este:

$$w = \left\langle \frac{\partial W}{\partial V} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial W}{\partial (S \cdot l)} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial W}{\partial (S \cdot v_s \cdot t)} \right\rangle = \frac{1}{S \cdot v_s}\left\langle \frac{\partial W}{\partial t} \right\rangle = \frac{1}{v_s}\frac{1}{S}\left\langle \frac{\partial W}{\partial t} \right\rangle = \frac{1}{v_s}I\,, \tag{12}$$

de unde:

$$w = \frac{1}{2}\rho_0 A^2\omega^2\,. \tag{13}$$

Intensitatea undei este legată de densitatea de energie medie prin viteza de propagare a undei:

$$I = w \cdot v_s . \tag{14}$$

Unităţile de măsură ale mărimilor implicate sunt:

$$\begin{gathered} \left[\left\langle \frac{\partial W}{\partial t} \right\rangle\right] = W \\ [I] = \frac{\left[\left\langle \frac{\partial W}{\partial t} \right\rangle\right]}{[S]} = \frac{W}{m^2} . \\ w = \frac{[I]}{[v_s]} = \frac{Ws}{m^3} \end{gathered} \tag{15}$$

Deoarece $\omega A = u_{max}$ – viteza maximă de oscilaţie a elementului de volum, intensitatea undei devine:

$$I = \frac{1}{2}\rho_0 v_s u_{max}^2 . \tag{16}$$

Presiunea undelor

Definiţie: ***Câmpul sonor*** *constituie regiunea din spaţiu învecinată surselor sonore unde se propagă sunetele.*

Undele longitudinale în gaze presupun comprimări si destinderi succesive realizate prin deplasarea oscilatorie a particulelor mediului pe direcţia de propagare a undei. Acest fapt se traduce prin mărirea şi comprimarea presiunii statice locale a gazului.

Definiţie: Diferenţa dintre presiunea într-un punct din câmpul sonor în prezenţa undelor sonore şi valoarea presiunii în absenţa acestora se numeşte ***presiune acustică****.*

Modulul de compresibilitate se poate defini folosindu-se relaţia:

$$\chi = -V\frac{dp}{dV} \text{ de unde } dp = -\chi\frac{dV}{V} , \tag{17}$$

care este variaţia finită de presiune datorată oscilaţiilor care determină variaţia volumului $V = Sdx$. Iar variaţia volumului este dată de $dV = Sd\Psi$. Atunci relaţia (C7.32) devine:

$$p_s = dp = -\chi \frac{d\Psi}{dx} = \chi Ak\, cos(\omega y - kx), \tag{18}$$

care devine:

$$p_s = v^2 \rho A \frac{\omega}{v} cos(\omega t - kx) = v\rho A\omega\, cos(\omega t - kx). \tag{19}$$

Presiunea sonoră trece prin maxime şi minime. Se poate definii presiunea sonoră maximă ca fiind:

$$\boxed{p_{s,max} = v\rho A\omega = v\rho u_{max}}, \tag{20}$$

care este dependentă prin ρ de proprietăţile mediului şi de viteza maximă a oscilaţiilor elementare. Legătura dintre intensitatea sonoră şi presiunea sonoră maxima:

$$\boxed{I = \frac{1}{2}\rho_0 v_s u_{max}^2 = \frac{1}{2}\frac{(\rho_0 v_s u_{max})^2}{\rho_0 v_s} = \frac{1}{2}\frac{p_{s,max}^2}{\rho_0 v_s}}. \tag{21}$$

Se poate defini presiunea efectivă ca fiind valoarea medie a presiunii:

$$\boxed{p_{s,eff} = \langle p_s \rangle = \langle v_s \rho u_{max} cos(\omega t - kx) \rangle = v_s \rho u_{max} \langle cos(\omega t - kx) \rangle = \frac{p_{s,max}}{\sqrt{2}}}, \tag{22}$$

de unde intensitatea sonoră devine:

$$\boxed{I = \frac{1}{2}\frac{p_{s,max}^2}{\rho_0 v_s} = \frac{p_{s,eff}^2}{\rho_0 v_s}}. \tag{23}$$

Produsul dintre densitatea mediului ρ_0 si viteza sunetelor v_s se notează cu Z și se numește **impedanță acustică** a mediului:

$$Z = \rho_0 v_s, \tag{24}$$

astfel intensitatea sonoră devine:

$$I = \frac{p_{s,eff}^2}{Z}, \tag{25}$$